GÉOMETRIE & trigonométrie





TABLE DE MATIERE

PRÉLIMINAIRES 1
0.1. Préface et Note aux Enseignants 1
0.2. Objectifs Généraux du Cours 2
0.3. Profil de Sortie de l'Élève 3
0.4. Méthodologie et Évaluation 5
Chapitre 1 : Isométries Planes et Homothéties 9
1.1. Définitions et Caractéristiques des Isométries 9
- 1.1.1. Translation 9
- 1.1.2. Rotation 11
- 1.1.3. Symétrie Axiale 11
- 1.1.4. Symétrie Centrale 13
- 1.1.5. Application aux Motifs Wax de Kisangani 13

1.2. Construction des Figures par Isométrie 15
- 1.2.1. Construction par Translation 15
- 1.2.2. Construction par Rotation 15
- 1.2.3. Construction par Symétrie Axiale 16
- 1.2.4. Construction par Symétrie Centrale 16
- 1.2.5. Application aux Pavages de Lubumbashi 16

1.3. Notion et Propriétés de l'Homothétie 17
- 1.3.1. Définition Formelle 17
- 1.3.2. Homothétie Directe et Inverse 17
- 1.3.3. Conservation des Angles 18
- 1.3.4. Conservation de l'Alignement et du Parallélisme 18
- 1.3.5. Modification des Distances et des Aires 18
- 1.3.6. Fondement Théorique pour la Cartographie 19

1.4. Procédés de Construction par Homothétie 19
- 1.4.1. Construction Graphique Fondamentale 19
- 1.4.2. Centre Extérieur à la Figure 20
- 1.4.3. Centre Situé sur un Sommet 20
- 1.4.4. Centre Intérieur à la Figure 20
- 1.4.5. Application aux Parcelles du Kongo Central 20

1.5. Ressources complémentaires 21
- 1.5.1. Q&A 21
- 1.5.2. Erreurs fréquentes 22
- 1.5.3. Scénarios et Exercices 23

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Chapitre 2 : Vecteurs et Translation 30
2.1. Définition et Représentation du Vecteur 30
- 2.1.1. Les Trois Composantes d'un Vecteur 30
- 2.1.2. Notation et Représentation Graphique 32
- 2.1.3. Application au Déplacement d'une Pirogue sur le Fleuve Congo 32
- 2.1.4. Coordonnées d'un Vecteur dans un Repère 34

2.2. Égalité Vectorielle et Vecteur Nul 34
- 2.2.1. Critères de l'Égalité Vectorielle 34
- 2.2.2. Caractère Libre d'un Vecteur 36
- 2.2.3. Définition et Propriétés du Vecteur Nul 36
- 2.2.4. Application à l'Équilibre des Forces en Physique Statique 37

2.3. Vecteurs Opposés et Parallélogramme 37
- 2.3.1. Définition des Vecteurs Opposés 37
- 2.3.2. Addition Vectorielle et Règle du Parallélogramme 38
- 2.3.3. Caractérisation Vectorielle du Parallélogramme 38
- 2.3.4. Démonstrations Vectorielles de Propriétés Géométriques 38

2.4. Relation entre Vecteur et Translation 39
- 2.4.1. Définition Formelle de la Translation Vectorielle 39
- 2.4.2. Construction de l'Image d'un Point par Translation 40
- 2.4.3. Image d'une Figure Géométrique par Translation 40
- 2.4.4. Application aux Motifs de Vannerie du Kasaï 41
- 2.4.5. Résolution de Problèmes Géométriques par l'Outil Vectoriel 41

2.5. Ressources complémentaires 42
- 2.5.1. Q&A 42
- 2.5.2. Erreurs fréquentes 43
- 2.5.3. Scénarios et Exercices 44

Chapitre 3 : Opérations sur les Vecteurs 52
3.1. Somme des Vecteurs et Relation de Chasles 52
- 3.1.1. Méthode du Bout à Bout et Règle du Triangle 52
- 3.1.2. Méthode du Parallélogramme 54
- 3.1.3. Énoncé et Démonstration de la Relation de Chasles 54
- 3.1.4. Propriétés Algébriques de l'Addition Vectorielle 56
- 3.1.5. Application aux Déplacements dans le Réseau Routier de Kinshasa 56

3.2. Produit d'un Vecteur par un Réel 58
- 3.2.1. Définition du Produit Scalaire par un Réel 58
- 3.2.2. Influence du Signe et de la Valeur Absolue de k 60

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- 3.2.3. Propriétés Algébriques du Produit par un Réel 60
- 3.2.4. Introduction de la Colinéarité 61
- 3.2.5. Modélisation des Vitesses et des Forces Proportionnelles 61

3.3. Colinéarité et Alignement de Points 62

- 3.3.1. Caractérisation Vectorielle de l'Alignement 62
- 3.3.2. Démonstration de l'Alignement par Calcul Vectoriel 62
- 3.3.3. Caractérisation Vectorielle du Parallélisme 63
- 3.3.4. Méthode du Déterminant pour la Colinéarité 63
- 3.3.5. Applications aux Démonstrations Géométriques 64

3.4. Forme Vectorielle du Théorème de Thalès 64

- 3.4.1. Configuration de Thalès et Vecteurs Colinéaires 65
- 3.4.2. Formulation Vectorielle du Théorème Direct 65
- 3.4.3. Configuration du Papillon et Symétrie Vectorielle 65
- 3.4.4. Réciproque du Théorème de Thalès 66
- 3.4.5. Applications au Partage de Segments 66

3.5. Ressources complémentaires 67

- 3.5.1. Q&A 67
- 3.5.2. Erreurs fréquentes 69
- 3.5.3. Scénarios et Exercices 69

Chapitre 4 : Théorèmes de Thalès et de Pythagore 79

4.1. Le Théorème de Pythagore 79

- 4.1.1. Énoncé du Théorème de Pythagore 79
- 4.1.2. Démonstration par Découpage Géométrique 81
- 4.1.3. Calcul d'une Longueur Manquante 81
- 4.1.4. Application aux Armatures de Toiture 83
- 4.1.5. Application aux Diagonales de Fondation 83

4.2. Le Théorème de Thalès Direct 85

- 4.2.1. Configuration du Triangle 85
- 4.2.2. Configuration du Sablier 85
- 4.2.3. Égalités de Rapports et Proportionnalité 85
- 4.2.4. Calcul de Distances Inaccessibles 86
- 4.2.5. Mesure de la Hauteur d'un Arbre dans la Forêt de l'Ituri 86

4.3. Réciproques des Théorèmes 87

- 4.3.1. Réciproque du Théorème de Pythagore 87
- 4.3.2. Vérification de l'Équerrage d'un Mur 88
- 4.3.3. Réciproque du Théorème de Thalès 88

- 4.3.4. Démonstration du Parallélisme par Calcul 89
- 4.3.5. Applications aux Métiers du Bâtiment et du Génie Civil 89

4.4. Rapport de Section et Applications 89

- 4.4.1. Définition du Rapport de Section 90
- 4.4.2. Division d'un Segment dans un Rapport Donné 90
- 4.4.3. Construction sans Règle Graduée 90
- 4.4.4. Partage de Terres Arables en Bandes Parallèles 91
- 4.4.5. Gestion Foncière Rurale et Équité 92

4.5. Ressources complémentaires 92

- 4.5.1. Q&A 92
- 4.5.2. Erreurs fréquentes 94
- 4.5.3. Scénarios et Exercices 95

Chapitre 5 : Similitude des Triangles 102

5.1. Définition et Rapport de Similitude 102

- 5.1.1. Définition des Triangles Semblables 102
- 5.1.2. Identification des Côtés Homologues 102
- 5.1.3. Rapport de Similitude et ses Propriétés 104
- 5.1.4. Relation entre Similitude, Isométrie et Homothétie 104
- 5.1.5. Impact du Rapport sur les Aires 106

5.2. Premier Cas de Similitude (AA) 106

- 5.2.1. Énoncé du Critère AA 106
- 5.2.2. Démonstration du Critère AA 107
- 5.2.3. Fréquence d'Utilisation du Critère AA 107
- 5.2.4. Application à la Visée Optique 109
- 5.2.5. Application à la Triangulation Topographique 109

5.3. Deuxième Cas de Similitude (CAC) 110

- 5.3.1. Énoncé du Critère CAC 110
- 5.3.2. Importance de la Position de l'Angle 110
- 5.3.3. Démonstration du Critère CAC 111
- 5.3.4. Application aux Structures en Treillis 111
- 5.3.5. Avantages du Critère CAC 112

5.4. Troisième Cas de Similitude (CCC) 112

- 5.4.1. Énoncé du Critère CCC 112
- 5.4.2. Identification des Côtés Homologues par Classement 112
- 5.4.3. Démonstration du Critère CCC 113
- 5.4.4. Application à la Fabrication de Maquettes 114

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- 5.4.5. Application aux Ouvrages d'Art 114

5.5. Ressources complémentaires 115

- 5.5.1. Q&A 115
- 5.5.2. Erreurs fréquentes 116
- 5.5.3. Scénarios et Exercices 117

Chapitre 6 : Droites et Distances dans le Plan 126

6.1. Distance d'un Point à une Droite 126

- 6.1.1. Définition de la Distance Point-Droite 126
- 6.1.2. Démonstration du Caractère Minimal 126
- 6.1.3. Construction de la Perpendiculaire 128
- 6.1.4. Mesure de la Distance 128
- 6.1.5. Application à l'Implantation de Bâtiments 130

6.2. Droites Parallèles et Axe Médian 130

- 6.2.1. Distance Entre Deux Droites Parallèles 130
- 6.2.2. Construction de l'Axe Médian 131
- 6.2.3. Caractérisation comme Lieu Géométrique 131
- 6.2.4. Distance d'un Point à l'Axe Médian 133
- 6.2.5. Application au Tracé d'Axes Routiers 133

6.3. La Bissectrice d'un Angle 134

- 6.3.1. Définition de la Bissectrice 134
- 6.3.2. Construction à la Règle et au Compas 134
- 6.3.3. Caractérisation comme Lieu Géométrique 135
- 6.3.4. Démonstration de la Propriété d'Équidistance 135
- 6.3.5. Application au Positionnement Équidistant Entre Deux Routes 136

6.4. Droites Remarquables du Triangle 136

- 6.4.1. Les Médianes et le Centre de Gravité 136
- 6.4.2. Les Médiatrices et le Centre du Cercle Circonscrit 137
- 6.4.3. Les Hauteurs et l'Orthocentre 137
- 6.4.4. Les Bissectrices et le Centre du Cercle Inscrit 138
- 6.4.5. Construction Systématique des Droites Remarquables 138
- 6.4.6. Application à l'Équilibre de Plaques Triangulaires 139

6.5. Ressources complémentaires 140

- 6.5.1. Q&A 140
- 6.5.2. Erreurs fréquentes 141
- 6.5.3. Scénarios et Exercices 142

Chapitre 7 : Géométrie du Cercle 153

7.1. Tangente en un Point du Cercle 153
- 7.1.1. Définition de la Tangente 153
- 7.1.2. Construction de la Tangente 153
- 7.1.3. Démonstration de la Perpendicularité 154
- 7.1.4. Distance du Centre à la Tangente 156
- 7.1.5. Application au Point de Contact Roue-Chaussée 156

7.2. Tangentes Issues d'un Point Extérieur 157
- 7.2.1. Existence des Deux Tangentes 157
- 7.2.2. Construction par le Cercle Auxiliaire 157
- 7.2.3. Démonstration de la Tangence 158
- 7.2.4. Égalité des Distances aux Points de Contact 160
- 7.2.5. Application aux Systèmes de Courroies et Poulies 160

7.3. Positions Relatives de Deux Cercles 161
- 7.3.1. Cercles Extérieurs 161
- 7.3.2. Cercles Tangents Extérieurement 161
- 7.3.3. Cercles Sécants 162
- 7.3.4. Cercles Tangents Intérieurement 162
- 7.3.5. Cercles Intérieurs 163
- 7.3.6. Application aux Engrenages Mécaniques 163

7.4. Construction de Cercles Tangents 165
- 7.4.1. Cercle Tangent à une Droite en un Point Donné 165
- 7.4.2. Cercle Tangent à un Cercle en un Point Donné 165
- 7.4.3. Cercle Tangent à Deux Droites Sécantes 166
- 7.4.4. Cercle Tangent à un Cercle et une Droite 166
- 7.4.5. Cercle Tangent à Deux Cercles 167
- 7.4.6. Application au Dessin Technique 167

7.5. Ressources complémentaires 168
- 7.5.1. Q&A 168
- 7.5.2. Erreurs fréquentes 169
- 7.5.3. Scénarios et Exercices 170

Chapitre 8 : Cercle Trigonométrique et Arcs 182

8.1. Le Cercle Orienté 182
- 8.1.1. Définition du Sens Trigonométrique 182
- 8.1.2. Orientation du Plan et Repère Orthonormé 182
- 8.1.3. Le Cercle Trigonométrique de Rayon Unité 184
- 8.1.4. Distinction entre Angles Positifs et Négatifs 184

- 8.1.5. Universalité du Cercle Trigonométrique 186

8.2. Unités d'Arcs et d'Angles 186

- 8.2.1. Le Degré comme Unité Classique 186
- 8.2.2. Le Grade comme Unité Décimale 186
- 8.2.3. Le Radian comme Unité Naturelle 187
- 8.2.4. Relation Fondamentale entre Radians et Degrés 187
- 8.2.5. Angles Usuels en Radians 188
- 8.2.6. Importance du Radian en Mathématiques Supérieures 188

8.3. Détermination Principale et Enroulement 189

- 8.3.1. Principe de l'Enroulement 189
- 8.3.2. Multiplicité des Mesures pour un Même Point 189
- 8.3.3. Définition de la Détermination Principale 190
- 8.3.4. Calcul de la Détermination Principale 190
- 8.3.5. Périodicité des Fonctions Trigonométriques 191

8.4. Repérage de Points sur le Cercle 191

- 8.4.1. Les Quatre Quadrants du Cercle 191
- 8.4.2. Points Remarquables du Premier Quadrant 192
- 8.4.3. Extension aux Autres Quadrants par Symétrie 192
- 8.4.4. Mémorisation par le Triangle Rectangle 193
- 8.4.5. Applications à la Résolution d'Équations 193

8.5. Ressources complémentaires 193

- 8.5.1. Q&A 193
- 8.5.2. Erreurs fréquentes 195
- 8.5.3. Scénarios et Exercices 196

Chapitre 9 : Rapports Trigonométriques 205

9.1. Sinus et Cosinus d'un Angle 205

- 9.1.1. Définition par le Cercle Trigonométrique 205
- 9.1.2. Extension au-delà du Triangle Rectangle 205
- 9.1.3. Signes selon les Quadrants 208
- 9.1.4. Valeurs pour les Angles Remarquables 208
- 9.1.5. Variation et Bornes des Fonctions 209

9.2. Tangente et Cotangente 211

- 9.2.1. Définition Algébrique de la Tangente 211
- 9.2.2. Interprétation Géométrique de la Tangente 211
- 9.2.3. Définition de la Cotangente 212
- 9.2.4. Interprétation Géométrique de la Cotangente 212

- 9.2.5. Valeurs Remarquables de Tangente et Cotangente 213

9.3. La Relation Fondamentale 213

- 9.3.1. Démonstration de la Relation Pythagoricienne 213
- 9.3.2. Calcul d'un Rapport Connaissant l'Autre 214
- 9.3.3. Dérivation de la Relation pour la Tangente 214
- 9.3.4. Relation pour la Cotangente 215
- 9.3.5. Applications aux Simplifications d'Expressions 215

9.4. Résolution de Triangles Rectangles 216

- 9.4.1. Rappel des Rapports dans le Triangle Rectangle 216
- 9.4.2. Calcul de Longueurs Inconnues 216
- 9.4.3. Calcul d'Angles Inconnus 217
- 9.4.4. Résolution Complète d'un Triangle 217
- 9.4.5. Applications Pratiques en Topographie 218

9.5. Ressources complémentaires 218

- 9.5.1. Q&A 218
- 9.5.2. Erreurs fréquentes 220
- 9.5.3. Scénarios et Exercices 220

ANNEXES ..... a

ANNEXES ..... a

A.1. Formulaire de Trigonométrie i

- A.1.1. Tableau des Valeurs Remarquables en Degrés i
- A.1.2. Tableau des Valeurs Remarquables en Radians ii
- A.1.3. Identités Fondamentales ii
- A.1.4. Formules d'Angles Associés iii
- A.1.5. Formules de Conversion d'Unités iv
- A.1.6. Formules de Longueur d'Arc et d'Aire iv

A.2. Lexique de Géométrie v

- A.2.1. Termes de Géométrie Plane v
- A.2.2. Termes de Trigonométrie vi
- A.2.3. Termes de Géométrie du Triangle vii
- A.2.4. Termes de Géométrie du Cercle vii

A.3. Guide des Constructions Géométriques viii

- A.3.1. Construction de la Médiatrice d'un Segment viii
- A.3.2. Construction de la Bissectrice d'un Angle viii
- A.3.3. Construction de la Perpendiculaire à une Droite Passant par un Point ix
- A.3.4. Construction de la Tangente à un Cercle en un Point ix

- A.3.5. Construction des Tangentes Issues d'un Point Extérieur x
- A.3.6. Division d'un Segment en Parties Égales xi

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590



PRÉLIMINAIRES

0.1. Préface et Note aux Enseignants

Ce manuel de Géométrie et Trigonométrie représente un outil pédagogique structurant pour l'enseignement des mathématiques en première année des Humanités Scientifiques de la République Démocratique du Congo. L'ouvrage matérialise concrètement les orientations du Programme National du Domaine d'Apprentissage des Sciences, garantissant une cohérence curriculaire sur l'ensemble du territoire national. Les enseignants disposent ainsi d'un support didactique unifié qui respecte les standards académiques internationaux tout en valorisant les réalités environnementales, culturelles et économiques congolaises.

La conception de ce manuel repose sur une conviction pédagogique centrale : la géométrie constitue avant tout une science de l'espace observable et mesurable. L'élève congolais rencontre quotidiennement des configurations géométriques dans l'architecture urbaine de Kinshasa, les tracés routiers de Lubumbashi, les parcelles agricoles du Kasaï ou les installations minières du Katanga. Ce manuel exploite systématiquement ces contextes familiers pour ancrer les concepts abstraits dans des situations tangibles. L'enseignant trouvera dans chaque chapitre des exemples puisés directement de l'environnement technique et socio-économique congolais, facilitant la compréhension immédiate et la motivation des apprenants.

L'approche didactique adoptée rejette délibérément l'accumulation passive de théorèmes déconnectés de toute application. Chaque notion géométrique introduite répond à un besoin pratique de modélisation, de mesure ou de construction. Les transformations du plan permettent de comprendre les symétries architecturales et les déplacements cartographiques. Le calcul vectoriel fournit un langage puissant pour démontrer rigoureusement des propriétés d'alignement et de parallélisme indispensables en ingénierie. La trigonométrie offre les outils de calcul nécessaires pour déterminer des hauteurs inaccessibles, des distances indirectes et des pentes réglementaires dans les travaux publics.

Les enseignants noteront la progression spiralaire adoptée : chaque concept se construit progressivement sur les acquis antérieurs, réactivant et consolidant les savoirs précédents tout en introduisant des complexifications maîtrisées. La structure modulaire des chapitres autorise une certaine souplesse dans l'ordre de traitement selon les contraintes calendaires et les

besoins spécifiques des établissements. Néanmoins, la cohérence interne du cours exige de respecter les prérequis explicitement mentionnés au début de chaque chapitre.

Chaque chapitre se clôt par une section exhaustive de ressources complémentaires comprenant des questions-réponses anticipant les interrogations récurrentes des élèves, un catalogue des erreurs fréquentes observées dans les pratiques d'évaluation, ainsi qu'une batterie d'exercices gradués et de scénarios contextualisés. Les trois scénarios détaillés de chaque chapitre proposent des situations-problèmes complexes mobilisant plusieurs notions simultanément, préparant l'élève aux épreuves nationales standardisées et aux concours d'entrée dans les écoles techniques supérieures.

L'enseignant veillera particulièrement à la précision du langage mathématique employé en classe. Le lexique fourni en annexe définit rigoureusement tous les termes techniques utilisés. L'acquisition de ce vocabulaire spécialisé conditionne la capacité de l'élève à lire de manière autonome des énoncés mathématiques, à formuler des hypothèses claires et à rédiger des démonstrations structurées. La rigueur terminologique constitue un objectif pédagogique à part entière, préparant les élèves aux exigences communicationnelles des filières scientifiques et techniques de l'enseignement supérieur congolais.

0.2. Objectifs Généraux du Cours

L'enseignement de la géométrie et de la trigonométrie en première année scientifique poursuit des objectifs multidimensionnels articulant savoirs conceptuels, savoir-faire techniques et attitudes intellectuelles. Le premier objectif fondamental vise le développement de la perception spatiale de l'élève. L'apprenant doit acquérir la capacité de visualiser mentalement des configurations géométriques tridimensionnelles à partir de représentations planes, de reconnaître des invariants structurels sous différentes orientations et de manipuler mentalement des objets géométriques par rotation, translation ou symétrie.

Le deuxième objectif central consiste à doter l'élève d'outils de modélisation mathématique des phénomènes physiques et techniques. La géométrie fournit le langage formel pour décrire rigoureusement les formes architecturales, les trajectoires mécaniques, les réseaux de distribution électrique ou les parcellaires agricoles. L'élève apprend à abstraire les caractéristiques géométriques essentielles d'une situation concrète, à les représenter par des

figures épurées puis à raisonner sur ces modèles pour résoudre des problèmes pratiques. Cette compétence de modélisation constitue un pilier méthodologique de toutes les sciences de l'ingénieur.

Le troisième objectif majeur réside dans la maîtrise du raisonnement déductif rigoureux. La géométrie euclidienne offre un terrain privilégié pour développer les capacités de démonstration logique. L'élève apprend à enchaîner des propositions selon des règles d'inférence valides, à justifier chaque affirmation par un théorème ou une hypothèse explicite, à structurer une argumentation en partant de prémisses pour aboutir à une conclusion nécessaire. Cette discipline intellectuelle forge l'esprit critique et la rigueur analytique indispensables dans toutes les disciplines scientifiques et techniques.

Le quatrième objectif porte sur l'acquisition de compétences instrumentales en construction géométrique et en calcul numérique. L'élève maîtrise le maniement de la règle, du compas, de l'équerre et du rapporteur pour produire des tracés précis répondant à des cahiers des charges techniques. Il développe simultanément des habiletés calculatoires avec les rapports trigonométriques, les coordonnées vectorielles et les relations métriques, s'appropriant les formules comme des outils fonctionnels plutôt que comme des objets de mémorisation passive.

Le cinquième objectif transversal vise l'autonomie intellectuelle de l'élève face aux problèmes géométriques inédits. Au-delà de l'application mécanique de procédures standardisées, l'enseignement développe des stratégies heuristiques de résolution : analyser la structure du problème, identifier les données et les inconnues, mobiliser les théorèmes pertinents, esquisser une démarche de résolution, vérifier la cohérence des résultats. Cette méthodologie de résolution de problèmes transcende la géométrie et structure l'approche scientifique générale.

0.3. Profil de Sortie de l'Élève

Au terme de cette première année des Humanités Scientifiques, l'élève aura construit un ensemble cohérent de compétences géométriques et trigonométriques certifiant sa maîtrise du programme national. Sur le plan des transformations géométriques, il identifie avec assurance les isométries planes telles que les translations, rotations, symétries axiales et centrales. Il construit graphiquement l'image d'une figure par une transformation donnée en appliquant rigoureusement les propriétés caractéristiques. Il décompose des figures complexes en combinaisons de transformations élémentaires et utilise

ces décompositions pour établir des propriétés de conservation de distances, d'angles ou d'aires.

Dans le domaine du calcul vectoriel, l'élève manipule avec aisance les vecteurs comme des outils de démonstration géométrique. Il représente graphiquement des vecteurs dans un repère, calcule les coordonnées de sommes vectorielles et de produits par scalaire, détermine si des vecteurs sont colinéaires en examinant la proportionnalité de leurs coordonnées. Il applique ces techniques pour prouver l'alignement de trois points, le parallélisme de deux droites ou la nature particulière d'un quadrilatère. Cette maîtrise vectorielle constitue un prérequis indispensable pour les cours de physique mécanique de deuxième année.

Sur le terrain de la géométrie métrique, l'élève applique avec discernement le théorème de Thalès pour calculer des longueurs dans des configurations de droites parallèles ou de triangles semblables. Il exploite le théorème de Pythagore et sa réciproque pour déterminer des distances ou établir la nature rectangulaire de triangles dans des problèmes variés. Il mobilise les relations métriques dans le triangle et dans le cercle pour résoudre des problèmes de construction ou de calcul exigeant plusieurs étapes de raisonnement enchaînées logiquement.

Dans le champ de la trigonométrie, l'élève se repère parfaitement sur le cercle trigonométrique orienté. Il place avec précision les points correspondant aux angles remarquables dans les quatre quadrants et connaît par cœur les valeurs exactes de leurs sinus, cosinus et tangentes. Il convertit fluidement entre degrés et radians selon les contextes. Il résout des triangles rectangles en déterminant côtés et angles inconnus à partir de données minimales. Il applique ces compétences trigonométriques pour calculer des hauteurs d'obstacles, des largeurs de cours d'eau ou des pentes de rampes dans des contextes d'ingénierie civile ou de topographie.

Au-delà de ces compétences disciplinaires, l'élève aura développé des attitudes intellectuelles structurantes : rigueur dans l'expression écrite des raisonnements, persévérance dans la recherche de solutions face aux problèmes résistants, esprit critique dans la vérification de la cohérence des résultats, créativité dans l'exploration de démarches alternatives. Il aura acquis la conviction que les mathématiques constituent un langage universel pour décrire le monde physique et un outil puissant pour résoudre des problèmes techniques concrets rencontrés dans les métiers de l'ingénierie, de l'architecture, de la topographie et de l'enseignement technique.

0.4. Méthodologie et Évaluation

La méthodologie d'enseignement préconisée par ce manuel s'inscrit résolument dans le cadre de l'Approche Par les Situations, paradigme pédagogique adopté par le système éducatif congolais. Cette approche structure chaque séquence d'apprentissage autour d'une situation-problème authentique qui mobilise les savoirs géométriques à construire. L'enseignant débute le chapitre en présentant un contexte concret familier aux élèves : l'implantation d'un bâtiment respectant des normes d'urbanisme, le calcul d'une surface agricole irrégulière, la détermination de la hauteur d'une antenne de télécommunication. Cette situation initiale génère un besoin cognitif chez l'élève qui perçoit l'utilité immédiate des concepts mathématiques à étudier.

La phase d'exploration permet aux élèves de mobiliser leurs connaissances antérieures et d'émettre des hypothèses de résolution. L'enseignant organise des travaux de groupe où les apprenants manipulent du matériel de géométrie, esquissent des schémas, formulent des conjectures. Cette phase active favorise l'engagement intellectuel des élèves et révèle à l'enseignant les conceptions initiales, parfois erronées, qui nécessiteront une restructuration cognitive. Les échanges entre pairs stimulent l'argumentation mathématique et développent les compétences communicationnelles essentielles.

La phase de structuration institutionnalise les savoirs construits lors de l'exploration. L'enseignant formalise les définitions, énonce les théorèmes, démontre rigoureusement les propriétés géométriques. Il explicite les procédures de construction et de calcul, insistant sur la justification de chaque étape. Cette formalisation s'appuie sur les productions des élèves issues de la phase exploratoire, valorisant leurs intuitions correctes et rectifiant les erreurs de raisonnement identifiées. Le cours magistral structuré demeure indispensable pour garantir la transmission d'un savoir mathématique rigoureux et standardisé.

La phase de réinvestissement propose des exercices d'application progressive permettant aux élèves de consolider leurs acquis. Les exercices gradués débutent par des applications directes des définitions et propriétés, puis évoluent vers des problèmes de synthèse exigeant la mobilisation coordonnée de plusieurs notions. Les scénarios contextualisés reproduisent des situations professionnelles authentiques où la géométrie intervient comme outil de résolution. Cette variété des tâches prépare les élèves aux évaluations sommatives et aux épreuves certificatives nationales.

L'évaluation des apprentissages adopte une triple dimension diagnostique, formative et sommative. L'évaluation diagnostique, réalisée en début de chapitre, identifie les prérequis maîtrisés et les lacunes à combler. L'évaluation formative, intégrée au processus d'apprentissage, fournit des rétroactions régulières permettant aux élèves d'ajuster leurs stratégies cognitives. L'évaluation sommative, conduite en fin de chapitre et en fin de trimestre, certifie les compétences acquises selon des critères transparents.

Les modalités d'évaluation diversifient les formats pour couvrir l'ensemble des compétences visées. Les épreuves écrites individuelles évaluent la maîtrise des savoirs théoriques par des questions de restitution, des démonstrations à rédiger et des problèmes numériques à résoudre. Les tâches de construction géométrique évaluent la précision du tracé, le respect des consignes techniques et la justification des procédures utilisées. Les exposés oraux développent les compétences d'argumentation et de communication mathématique. Cette évaluation multidimensionnelle reconnaît la diversité des intelligences et des styles d'apprentissage, offrant à chaque élève l'opportunité de démontrer ses compétences selon ses forces spécifiques.

Éditions Donel C.
Direction Éditoriale et Conception Générale :
MURHULA BAZIKANGE M.
Pour contacts, mon site web :
https://murhulabazikange.com/

© 2025, Donel Consulting, Kin. RDC
Tous droits réservés.

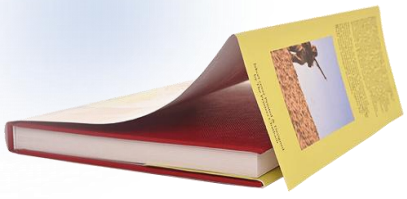
Pour l'excellence de l'éducation en RDC,
Tous les manuels scolaires en un seul endroit,
sur ce site web :
https://manuels-scolaires-rdc.com/

Pour plus de détails, scannez ceci :

PARTIE I

TRANSFORMATIONS DU PLAN ET CALCUL VECTORIEL

Cette première partie établit les fondements de la géométrie dynamique. Elle étudie comment les figures se déplacent, se transforment et conservent leurs propriétés à travers les isométries et les homothéties. Elle introduit simultanément l'outil vectoriel, indispensable pour modéliser les déplacements et les forces, créant ainsi un pont solide entre la géométrie pure et la physique mécanique.



Chapitre 1 : Isométries Planes et Homothéties

1.1. Définitions et Caractéristiques des Isométries

L'isométrie constitue une transformation bijective du plan euclidien qui préserve intégralement les distances entre tous les points. Lorsqu'une isométrie transforme un point A en A' et un point B en B', la distance A'B' égale exactement la distance AB. Cette propriété fondamentale induit automatiquement la conservation des angles, de l'alignement et des aires des figures géométriques. L'élève maîtrise cette notion en comprenant que toute figure géométrique transformée par isométrie garde sa forme et ses dimensions, changeant uniquement de position ou d'orientation dans le plan.

1.1.1. Translation

La translation déplace tous les points du plan selon un vecteur directeur unique $\vec{v}$. Chaque point M du plan se transforme en un point M' de sorte que le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ reste constant et égal au vecteur de translation. L'élève observe que cette transformation laisse invariantes toutes les propriétés métriques et que deux droites parallèles restent parallèles après translation. La translation possède une caractéristique distinctive : elle n'admet aucun point fixe sauf dans le cas trivial où le vecteur de translation est nul, auquel cas la transformation devient l'identité.

Pour identifier une translation, l'élève vérifie trois critères simultanés :

- Conservation des distances entre tous les couples de points
- Maintien du parallélisme entre les segments correspondants
- Égalité vectorielle entre tous les déplacements $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$

CHAPITRE 1 : ISOMÉTRIES PLANES - LA TRANSLATION

Définitions et Caractéristiques :
Conservation des distances et du parallélisme

DÉFINITION ET PROPRIÉTÉ

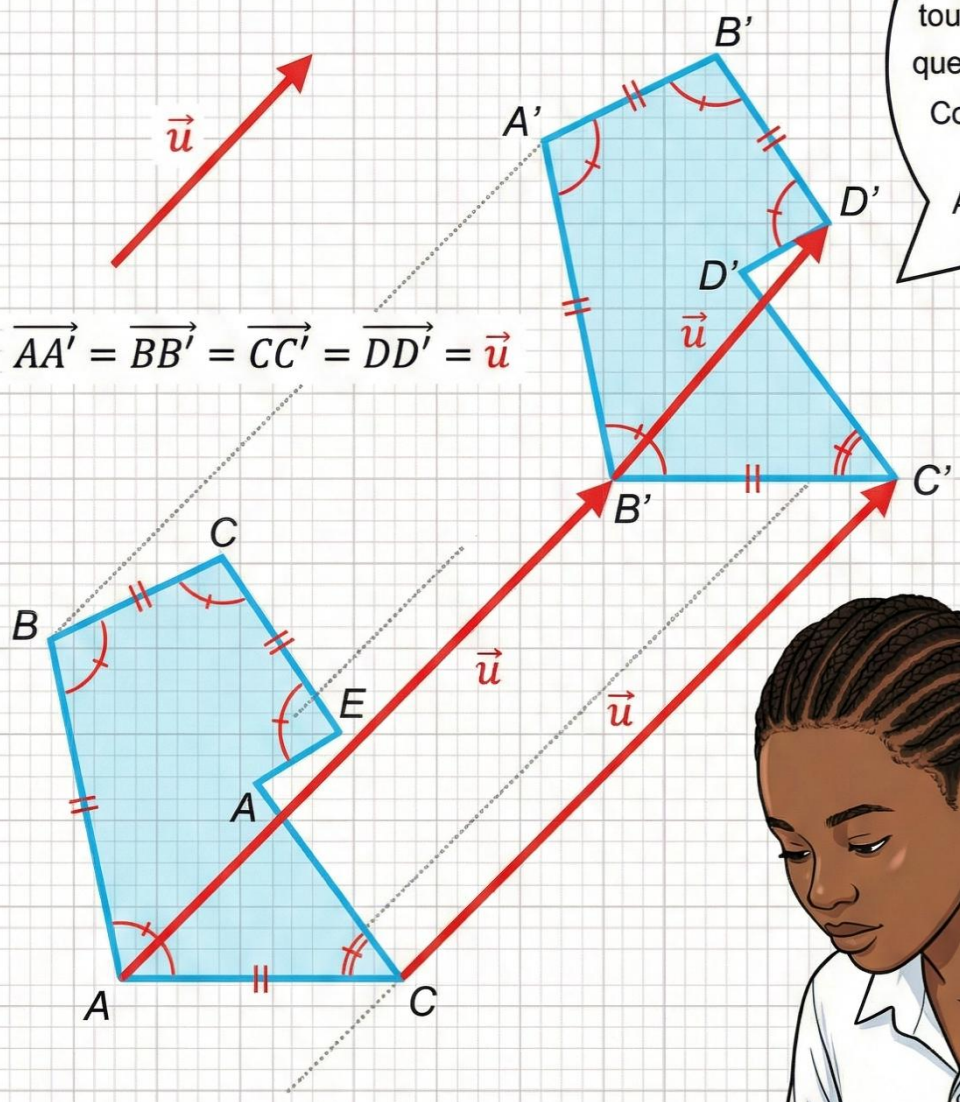
Transformation T du plan où tout point M a pour image M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ (vecteur constant).

Conserve : Distances, Angles, Parallélisme, Aires

Aucun point fixe (si $\vec{u} \neq \vec{0}$).

$\vec{u}$

$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'} = \vec{u}$



APPLICATION CONCRÈTE



1.1.2. Rotation

La rotation pivote tous les points du plan autour d'un centre O fixe selon un angle orienté θ. Le centre de rotation demeure l'unique point invariant tandis que tout autre point M décrit un arc de cercle centré en O. La distance OM reste constante et l'angle orienté $(\overline{OM}, \overline{OM'})$ mesure exactement θ pour chaque point transformé. L'élève constate que la rotation conserve l'orientation du plan lorsque l'angle diffère de π, et que toute droite se transforme en une droite formant avec elle un angle égal à l'angle de rotation.

Les propriétés métriques de la rotation s'expriment ainsi :

- $OM' = OM$ pour tout point M du plan
- mes$(\overline{OM}, \overline{OM'}) = \theta$
- Les angles géométriques restent invariants en mesure et en orientation

1.1.3. Symétrie Axiale

La symétrie axiale réfléchit le plan par rapport à une droite d, appelée axe de symétrie. Un point M situé sur l'axe reste fixe, tandis qu'un point M hors de l'axe se transforme en M' de telle manière que la droite d constitue la médiatrice du segment MM'. L'élève apprend que cette transformation inverse l'orientation du plan et que l'axe de symétrie représente l'ensemble des points invariants. La symétrie axiale transforme toute droite perpendiculaire à l'axe en elle-même, tandis qu'une droite quelconque devient une droite symétrique par rapport à l'axe.

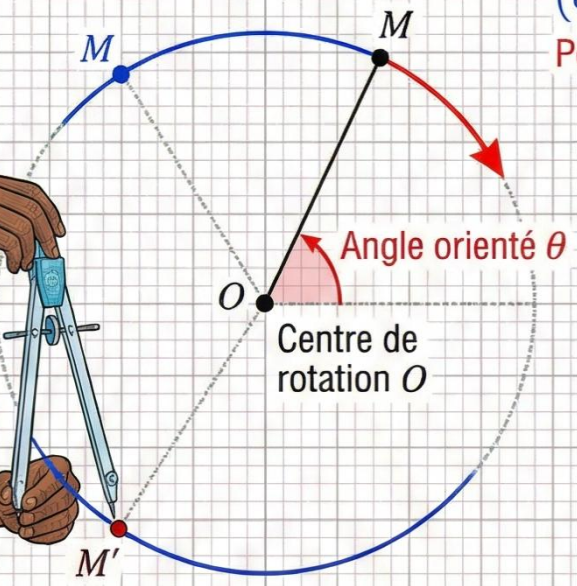
Pour construire l'image d'un point M par symétrie axiale d'axe d, l'élève procède ainsi :

- Tracer la perpendiculaire à d passant par M
- Repérer le point H d'intersection entre cette perpendiculaire et d
- Reporter la distance HM de l'autre côté de d pour obtenir M' tel que $HM' = HM$

1.1.2. ROTATION ET 1.1.3. SYMÉTRIE AXIALE

1.1.2. ROTATION



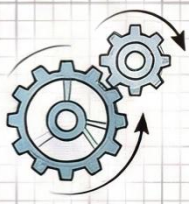


$\overline{OM} = \overline{OM'}$

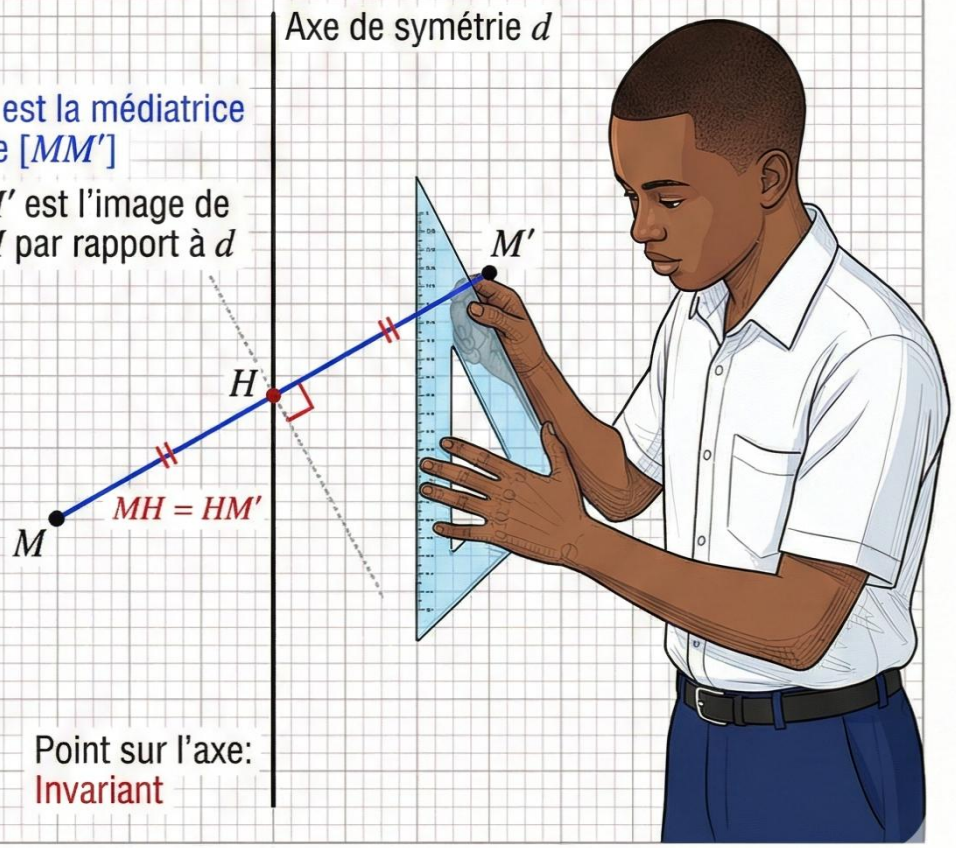
$(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OM'}) = \theta$

Point invariant : O

- Centre O fixe.
- Distance OM constante.
- Conservation des angles et de l'orientation.



1.1.3. SYMÉTRIE AXIALE



d est la médiatrice de $[MM']$

M' est l'image de M par rapport à d

- Tracer la perpendiculaire à d passant par.
- Repérer H, intersection avec d.
- Reporter MH de l'autre côté pour obtenir M'.



Point sur l'axe: Invariant

1.1.4. Symétrie Centrale

La symétrie centrale inverse tous les points du plan par rapport à un centre O fixe. Le point M se transforme en M' de sorte que O constitue le milieu du segment MM'. L'élève comprend qu'une symétrie centrale équivaut à une rotation d'angle π autour du centre O, ce qui explique pourquoi cette transformation conserve l'orientation du plan contrairement à la symétrie axiale. Le centre de symétrie demeure l'unique point invariant de cette transformation.

La relation vectorielle fondamentale s'écrit :

- $\overrightarrow{OM'} = -\overrightarrow{OM}$
- Équivalence : symétrie centrale de centre O = rotation de centre O et d'angle π

1.1.5. Application aux Motifs Wax de Kisangani

Les tissus Wax produits à Kisangani présentent des motifs géométriques répétitifs qui résultent de la composition d'isométries planes. L'élève analyse un coupon de tissu pour identifier les translations horizontales et verticales qui génèrent la périodicité du motif. Il repère les axes de symétrie qui structurent chaque cellule élémentaire du motif et observe comment les rotations d'angle π/2 ou π créent les figures à symétrie d'ordre quatre ou deux. Cette analyse concrète démontre que les artisans congolais appliquent intuitivement les principes géométriques des isométries pour créer des compositions visuellement équilibrées. L'étude des motifs Wax permet également de comprendre la notion de pavage du plan, où une figure de base se répète par translations successives pour couvrir une surface sans lacune ni chevauchement.

CHAPITRE 1 : ISOMÉTRIES PLANES - LA TRANSLATION

Définitions et Caractéristiques :
Conservation des distances et du parallélisme

DÉFINITION ET PROPRIÉTÉ

Transformation T du plan où tout point M a pour image M' tel que $\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$ (vecteur constant).

Conserve : Distances, Angles, Parallélisme, Aires

Aucun point fixe (si $\vec{u} \neq \vec{0}$).

$\vec{u}$

$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'} = \vec{u}$

A'
B'
C'
D'
A
B
C
D
E

APPLICATION CONCRÈTE

