GÉOMETRIE

CONFORME AU PROGRAMME NATIONAL

7ème Année

EDITION 2025



TABLE DES MATIÈRES

PRÉLIMINAIRES **1**

Présentation du cours et objectifs pédagogiques 1

- 1.1. Articulation de la perception à la démonstration 1
- 1.2. Maîtrise des instruments et des constructions 1
- 1.3. Acquisition d'un langage géométrique rigoureux 1

Profil de sortie et compétences visées 1

- 1. Maîtrise des concepts fondamentaux 1
- 2. Acquisition des savoir-faire techniques 2
- 3. Développement du raisonnement géométrique 2

Méthodologie et approche par situation 2

- 1. Le principe de la situation-problème 2
- 2. Le rôle de l'enseignant-facilitateur 3
- 3. L'articulation de la leçon en trois phases 3

Matériel didactique requis 3

- 1. Instruments de tracé et de mesure 3
- 2. Supports de visualisation et de travail 4

PARTIE 1. LES FONDEMENTS DE LA GÉOMÉTRIE PLANE ET CONFIGURATION DU PLAN **5**

a. Une histoire de terre et d'eau 5

b. Les briques invisibles du monde 5

c. De la théorie à la parcelle de manioc 5

d. Un langage pour raisonner et construire 5

CHAPITRE 1. LES ÉLÉMENTS FONDAMENTAUX DE LA GÉOMÉTRIE **6**

1.1. Le point, la droite et le plan : modèles physiques et notations 6

- a. L'origine des formes 6
- A. Le Point : L'élément sans dimension 6
- B. La Droite : Une infinité de points alignés 6

FIGURE 1 : RÉF. IMG (9174-8480-6885) **8**

Modèles physiques des concepts de point, droite et plan 8

- C. Le Plan : La surface infinie 8

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

1.2. La droite : positions relatives et sous-ensembles (segment, demi-droite)....10
1.3. Propriétés du plan : parties convexes, concaves et demi-plans....10
- a. Le test de la mangue et du croissant....10
- A. La partie convexe du plan....10
- B. La partie concave du plan....11

FIGURE 2 : RÉF. IMG (2307-8488-9219)....13

Différence visuelle simple entre une forme convexe et une forme concave....13
- C. Le demi-plan....13

CHAPITRE 2. NOTIONS FONDAMENTALES SUR LES ANGLES....16

2.1. Définition, notation et mesure des angles (utilisation du rapporteur)....16
- a. L'ouverture du monde....16
- A. Définition d'un angle....16

FIGURE 3 : RÉF. IMG (4235-0627-5885)....18

Représentation schématique d'un angle avec son sommet et ses côtés....18
- B. Notation d'un angle....18
- C. Mesure d'un angle : le degré et le rapporteur....19

FIGURE 4 : RÉF. IMG (8571-9406-4654)....21

Utilisation d'un rapporteur pour mesurer la valeur d'un angle....21
- Une anecdote pour mieux comprendre....21

2.2. Classification des angles selon leur amplitude (nul, aigu, droit, obtus,....23
- a. Une question de mesure....23
- A. Angle nul et angle aigu....23
- B. L'angle de référence : l'angle droit....23

FIGURE 5 : RÉF. IMG (5806-2474-4343)....25

Les cinq types d'angles représentés par une ouverture de ciseaux....25
- C. Angle obtus et angle plat....25

2.3. Étude des angles particuliers et leurs propriétés....27
- a. Le secret des angles....27
- A. Angles adjacents, complémentaires et supplémentaires....27

FIGURE 6 : RÉF. IMG (9718-7361-5955)....29

Visualisation des relations entre les angles adjacents, complémentaires et su.....29
- B. Angles opposés par le sommet.....29

CHAPITRE 3. RELATIONS ANGULAIRES ET CONSTRUCTIONS GÉOMÉTRIQUES.....32

3.1. Angles adjacents et angles opposés par le sommet.....32
- a. Introduction à la précision géométrique.....32
- A. Les angles adjacents.....32
- B. Les angles opposés par le sommet.....33

FIGURE 7 : RÉF. IMG (4680-6375-4108).....35

Angles opposés par le sommet formés par deux droites sécantes.....35
- Scénarios et Exercices.....35

3.2. Angles complémentaires et angles supplémentaires.....37
- a. Un duo pour la perfection.....37
- A. Les angles complémentaires.....37

FIGURE 8 : RÉF. IMG (7629-6116-6170).....38

Deux angles formant un angle droit parfait pour une équerre.....38
- B. Les angles supplémentaires.....38

FIGURE 9 : RÉF. IMG (7086-2468-9820).....40

Un bras de levier tendu formant un angle plat parfait.....40
- b. Scénarios et Exercices.....40

3.3. Constructions fondamentales : bissectrice et reproduction d'un angle.....42
- a. L'art du partage équitable.....42
- A. Tracer la bissectrice d'un angle.....42

FIGURE 10 : RÉF. IMG (0218-8231-6193).....44

Construction d'une bissectrice d'angle au compas et à la règle.....44
- B. Reproduire un angle.....44

FIGURE 11 : RÉF. IMG (5073-3018-5794).....47

Méthode de reproduction d'un angle donné en utilisant le compas.....47
- Scénarios et Exercices.....47
- a. Le secret du charpentier de Mbandaka.....47

PARTIE 2. FIGURES PLANES ET SURFACES.....50

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

a. L'œil et la surface.....50
b. Mesurer pour construire.....50
c. Les ingrédients d'une surface.....50
d. Un langage pour décrire le monde.....50

CHAPITRE 4. ÉTUDE APPROFONDIE DES TRIANGLES.....51

4.1. Définition et classification des triangles (selon les côtés et les angles).....51
- a. Le secret des bâtisseurs.....51
- A. Classification selon la longueur des côtés.....51

FIGURE 12 : RÉF. IMG (7496-1547-3758).....53

Les trois types de triangles classés selon leurs côtés.....53
- B. Classification selon la mesure des angles.....53

FIGURE 13 : RÉF. IMG (0951-6674-9061).....54

Les trois familles de triangles classées selon leurs angles.....54
- Anecdote du géomètre de Kikwit.....54

4.2. Les droites remarquables du triangle (hauteurs, médianes, médiatrices, b.....56
- a. Quatre lignes spéciales.....56
- A. La Hauteur et l'Orthocentre.....56
- B. La Médiane et le Centre de Gravité.....56

FIGURE 14 : RÉF. IMG (3896-7219-9982).....57

Différence visuelle entre une hauteur et une médiane dans un triangle.....57
- C. La Médiatrice et le Cercle Circonscrit.....57
- D. La Bissectrice et le Cercle Inscrit.....57

FIGURE 15 : RÉF. IMG (2327-2810-3773).....60

Distinction entre une médiatrice et une bissectrice d'un même triangle.....60
- Un terrain pour trois frères à Lodja.....60

4.3. Propriétés des angles et inégalité triangulaire.....62
- a. Le secret du triangle.....62
- A. La somme des angles : une règle de 180°.....62

FIGURE 16 : RÉF. IMG (5131-1440-7629).....63

Angles d'un triangle formant une ligne droite de 180 degrés.....63

- B. L'inégalité triangulaire : une condition pour exister....63

FIGURE 17 : RÉF. IMG (7647-7334-4508)....65

Illustration de l'inégalité triangulaire avec des bâtons de bois....65

- Une histoire de raccourci à Mbandaka....65

CHAPITRE 5. LES QUADRILATÈRES....67

5.1. Classification générale (trapèzes, parallélogrammes) et propriétés....67

- a. Une question de forme....67
- A. Définition et propriétés générales....67
- B. Les deux grandes familles....67

FIGURE 18 : RÉF. IMG (6525-1923-0510)....69

Classification visuelle des quadrilatères : trapèze et parallélogramme....69

- Scénarios et Exercices....70
- a. L'énigme du menuisier de Mbandaka....70

5.2. Les parallélogrammes particuliers : rectangle, losange et carré....71

- a. Le perfectionnement d'une figure de base....71
- A. Le rectangle : la discipline de l'angle droit....72
- B. Le losange : la force de l'égalité des côtés....72
- C. Le carré : la synthèse parfaite....73

FIGURE 19 : RÉF. IMG (7971-1960-3946)....75

Comparaison visuelle entre un losange et un carré et leurs diagonales....75

- L'art de couper les beignets à Mbandaka....75

5.3. Calcul des périmètres et des aires des quadrilatères....77

- a. Une question de mesure....77
- A. Le Périmètre : La Clôture du Champ....77
- B. L'Aire : La Surface à Cultiver....78

FIGURE 20 : RÉF. IMG (1467-8960-8045)....79

Périmètre et Aire du rectangle et du carré....79

FIGURE 21 : RÉF. IMG (0643-9618-7091)....81

Aire du parallélogramme, du losange et du trapèze....81

- SCÉNARIOS ET EXERCICES....81

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

CHAPITRE 6. LE CERCLE ET LE DISQUE....83

6.1. Définitions et éléments caractéristiques (cercle, disque, rayon, corde, ...83

- a. L'accroche du géomètre....83
- A. Le cercle et le disque : deux idées proches....83

FIGURE 22 : RÉF. IMG (8238-9070-7180)....85

Distinction visuelle entre un cercle vide et un disque plein....85

- B. Les segments fondamentaux du cercle....85

FIGURE 23 : RÉF. IMG (0235-9286-3073)....87

Rayon, corde et diamètre sur un cercle de centre O....87

- SCÉNARIOS ET EXERCICES....87

6.2. Positions relatives d'une droite et d'un cercle (sécante, tangente)....89

- a. Une question de distance....89
- A. La droite extérieure au cercle....89
- B. La droite tangente au cercle....89
- C. La droite sécante au cercle....90

6.3. Périmètre du cercle, aire du disque et le nombre Pi (π)....91

- a. Le nombre le plus célèbre des mathématiques....91
- A. Calculer le périmètre d'un cercle....92

FIGURE 24 : RÉF. IMG (5327-5582-3590)....94

Le périmètre d'un cercle déroulé en une ligne droite....94

- B. Calculer l'aire d'un disque....94

FIGURE 25 : RÉF. IMG (9899-9269-2882)....96

L'aire d'un disque visualisée par des carrés d'unité....96

- b. L'anecdote de l'enclos de la chèvre....96

CHAPITRE 7. PROBLÈMES DE SYNTHÈSE SUR LES SURFACES PLANES....98

7.1. Calcul d'aires par décomposition de figures complexes....98

- a. Introduction....98
- A. Le Principe de Décomposition....98
- B. Addition et Soustraction d'Aires....98

FIGURE 26 : RÉF. IMG (1763-4917-1074)....100

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Décomposition d'une figure en forme de L en deux rectangles distincts.....100

FIGURE 27 : RÉF. IMG (1084-2786-3909).....102

Calcul de l'aire d'une plaque métallique carrée avec un trou circulaire.....102

- Scénarios et mises en situation.....102

7.2. Conversion des unités d'aire (m², are, hectare).....104

- Une affaire de terrain.....104
- A. Les unités et leurs relations fondamentales.....104

FIGURE 28 : RÉF. IMG (7329-0384-0237).....107

Schéma des relations entre le mètre carré, l'are et l'hectare.....107

- B. Le tableau de conversion : l'outil pratique.....107

FIGURE 29 : RÉF. IMG (7759-0614-0522).....109

Tableau de conversion des unités d'aire avec exemple pratique chiffré.....109

- Une question de partage à Mbandaka.....109

7.3. Problèmes d'application : optimisation, environnement et urbanisme.....111

- a. La géométrie au service du quotidien.....111
- A. Optimisation des surfaces : faire plus avec moins.....111

FIGURE 30 : RÉF. IMG (6418-9892-9144).....112

Deux champs rectangulaires avec le même périmètre mais des aires différentes.....112

- B. Géométrie, urbanisme et environnement.....112

FIGURE 31 : RÉF. IMG (9696-1206-5214).....114

Plan de lotissement simple d'un terrain pour des habitations et un parc.....114

- b. Scénarios et exercices.....114

PARTIE 3. GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE ET SOLIDES.....117

a. De la feuille de papier au monde réel.....117

b. Les solides, ces formes qui nous entourent.....117

c. Mesurer l'espace : volume et capacité.....117

d. Dessiner le volume : la perspective cavalière.....117

CHAPITRE 8. LES SOLIDES USUELS : CUBE ET PARALLÉLÉPIPÈDE.....118

8.1. Description et éléments caractéristiques (faces, arêtes, sommets).....118

- a. L'oeil et la géométrie....118
- A. Le Parallélépipède Rectangle (ou Pavé Droit)....118

FIGURE 32 : RÉF. IMG (2459-6654-1363)....120

Le parallélépipède rectangle avec ses faces, arêtes et sommets identifiés....120

- B. Le Cube : Un Cas Particulier....120

FIGURE 33 : RÉF. IMG (7016-0614-2444)....122

Un cube parfait et son patron déplié montrant ses six faces....122

- L'anecdote : La caisse de chikwangue de Mbandaka....122

8.2. Représentation en perspective cavalière....123

- a. Dessiner en 3D sur une feuille 2D....123
- A. Les règles de la perspective cavalière....124

FIGURE 34 : RÉF. IMG (7033-3750-6742)....126

Construction d'un cube en perspective cavalière étape par étape....126

- B. Application sur un parallélépipède rectangle....126

FIGURE 35 : RÉF. IMG (1843-4634-3177)....128

Représentation d'un parallélépipède rectangle avec arêtes cachées en pointillés....128

- Anecdote : Le plan de l'étagère de Papa Mbiya....128

8.3. Patrons et calcul des aires latérale et totale....130

- a. Déplier la forme....130
- A. Le patron d'un solide....130
- B. Les aires : latérale et totale....130

CHAPITRE 9. LES SOLIDES USUELS : PYRAMIDES, CYLINDRES ET CÔNES....133

9.1. La pyramide : description, patron et aire....133

- a. Un monument, une forme géométrique....133
- A. Qu'est-ce qu'une pyramide ?....133

FIGURE 36 : RÉF. IMG (6317-9974-9096)....135

Les éléments constitutifs d'une pyramide à base carrée....135

- B. Le patron d'une pyramide....135

FIGURE 37 : RÉF. IMG (0251-2469-4481)....137

Dépliage d'une pyramide à base carrée pour obtenir son patron....137

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- C. Calculer l'aire d'une pyramide....137

9.2. Le cylindre et le cône de révolution : description et patrons....139
- a. De la boîte de conserve au toit de la case....139
- A. Le cylindre de révolution....139

FIGURE 38 : RÉF. IMG (2412-8226-5710)....141

Le patron d'un cylindre de révolution et ses éléments principaux....141
- B. Le cône de révolution....141

9.3. Calcul des aires des corps ronds (cylindre et cône)....143
- a. Le concret avant la formule....143
- A. Aire du cylindre de révolution....143

FIGURE 39 : RÉF. IMG (1417-6144-7770)....146

Le patron déplié d'un cylindre de révolution montre ses différentes surfaces....146
- B. Aire du cône de révolution....146

CHAPITRE 10. VOLUMES DES SOLIDES ET CAPACITÉS....149

10.1. Notion de volume, unités de mesure et de capacité (litre, m³)....149
- a. L'espace, une richesse à mesurer....149
- A. Définir le volume....149
- B. Le mètre cube (m³), l'unité de référence....149

FIGURE 40 : RÉF. IMG (7313-9035-7006)....151

Un grand cube d'un mètre de côté pour visualiser le mètre cube....151
- C. Le litre (L), l'unité de capacité....151

FIGURE 41 : RÉF. IMG (0379-6111-0457)....154

Un cube d'un décimètre de côté rempli d'un litre d'eau....154
- Anecdote : La citerne de Mzee Kalume à Bukavu....154

10.2. Calcul des volumes des solides usuels (prismes, pyramides, cylindres, c....156
- a. Le secret des récipients....156
- A. Les solides "droits" : Prisme et Cylindre....156

FIGURE 42 : RÉF. IMG (9028-9558-0043)....158

Éléments d'un prisme droit et d'un cylindre de révolution....158
- B. Les solides "pointus" : Pyramide et Cône....158

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

FIGURE 43 : RÉF. IMG (7662-2990-0413) **161**

Relation entre le volume d'un cône et d'un cylindre 161

- b. Scénarios et Exercices 161

10.3. Problèmes de synthèse sur les volumes et la masse volumique 163

- a. Le secret des objets qui flottent ou qui coulent 163
- A. La relation fondamentale : Masse, Volume et Masse Volumique 163

FIGURE 44 : RÉF. IMG (0657-6410-3353) **165**

Relation entre la masse, le volume et la masse volumique d'un objet 165

- B. Méthode de résolution d'un problème de synthèse 165

FIGURE 45 : RÉF. IMG (2803-2894-5497) **168**

Démarche de résolution pour un problème de masse volumique et volume 168

- b. Scénarios et Exercices 168

ANNEXES **171**

Bibliographie et Webographie 171

- A. Fondamentaux Pédagogiques et Didactiques de la Géométrie 171
- B. Ouvrages de Référence en Géométrie Euclidienne 172
- C. Ressources Numériques et Logiciels Libres 172

Grille d'évaluation des compétences 173

- A. Principes directeurs de l'évaluation par compétences 173
- B. Structure et composantes de la grille 174
- C. Taxonomie des compétences en géométrie (7ème Année) 175
- D. Niveaux de maîtrise et indicateurs de notation 176

Corrigé type des exercices de synthèse 177

- A. Principes directeurs de la correction en géométrie 177
- B. Traitement des concepts clés de 7ème année 178

Planche des figures géométriques et patrons 179

- A. Répertoire des figures planes (2D) 179
- B. Répertoire des solides (Figures dans l'espace - 3D) 181
- C. Patrons des solides usuels 182

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

PRÉLIMINAIRES

Présentation du cours et objectifs pédagogiques

1.1. Articulation de la perception à la démonstration

L'enseignement de la géométrie en 7ème année structure le passage de l'intuition spatiale à un raisonnement structuré. Il vise à dépasser la simple reconnaissance perceptive des figures. L'élève apprend à valider une propriété non plus par la seule observation, mais par l'application de définitions et de théorèmes fondamentaux. Cette démarche progressive installe les bases de la pensée hypothético-déductive, compétence transversale essentielle.

1.2. Maîtrise des instruments et des constructions

Une compétence centrale est la manipulation précise des instruments de géométrie. Le programme assure l'acquisition des techniques de construction à la règle, à l'équerre et au compas. Chaque tracé devient une application concrète d'une définition ou d'une propriété mathématique. La précision du geste de l'élève reflète alors directement sa compréhension du concept théorique sous-jacent. La construction n'est pas une fin, mais un moyen de matérialiser la pensée.

1.3. Acquisition d'un langage géométrique rigoureux

La géométrie est une discipline du langage exact. Un objectif fondamental est d'amener l'élève à nommer, décrire et définir les objets mathématiques avec une terminologie sans équivoque. L'usage correct du vocabulaire (médiatrice, bissectrice, hauteur, parallélogramme) est une condition nécessaire à la formulation d'un raisonnement valide. Cette rigueur lexicale prépare l'élève à la structuration et à la communication de toute pensée scientifique.

Profil de sortie et compétences visées

1. Maîtrise des concepts fondamentaux

Au terme de cette année, l'élève identifie et nomme correctement les objets géométriques de base : le point, la droite, le segment, la demi-droite et le plan. Il caractérise les figures planes usuelles (triangles, quadrilatères) et le cercle en énonçant leurs propriétés élémentaires. Une distinction claire est établie

entre les notions de perpendicularité et de parallélisme. La compétence visée est la capacité de l'élève à décrire verbalement ou par écrit la nature et les attributs d'une figure géométrique simple.

2. Acquisition des savoir-faire techniques

L'utilisation des instruments de géométrie (règle, équerre, compas, rapporteur) devient une pratique maîtrisée. L'élève exécute avec précision des constructions de base : tracer une perpendiculaire, une parallèle, la médiatrice d'un segment, la bissectrice d'un angle. Il mesure des longueurs et des angles avec une marge d'erreur acceptable. Cette compétence instrumentale, fondée sur la rigueur et la méthode, est le support indispensable à la vérification d'hypothèses et à la construction de figures complexes.

3. Développement du raisonnement géométrique

Progressivement, l'élève dépasse la simple observation. Il apprend à formuler des conjectures à partir d'une figure, puis à les justifier en utilisant les propriétés et les définitions du cours. Il s'initie à la logique déductive en enchaînant des arguments simples pour prouver une affirmation. L'objectif est de structurer sa pensée pour passer de "je vois que" à "je sais que, parce que". Cette articulation logique prépare l'élève à la démonstration formelle des classes supérieures.

Méthodologie et approche par situation

La démarche pédagogique de cet ouvrage repose sur une approche par situation. Son objectif est de rendre l'élève acteur de son apprentissage. La géométrie n'est plus un ensemble de théorèmes abstraits à mémoriser. Elle devient un outil de résolution de problèmes concrets.

1. Le principe de la situation-problème

Chaque chapitre s'articule autour d'une ou plusieurs situations-problèmes. Une situation-problème est un scénario contextualisé qui place l'élève face à un obstacle cognitif. L'obstacle est conçu de sorte que les connaissances antérieures de l'élève se révèlent insuffisantes pour le surmonter. Cette insuffisance crée un besoin intellectuel. L'introduction d'un nouveau concept géométrique apparaît alors comme la réponse logique et nécessaire à ce besoin.

2. Le rôle de l'enseignant-facilitateur

Dans ce cadre, l'enseignant change de posture. Il n'est plus le seul détenteur du savoir qui expose un cours magistral. Il devient un guide, un médiateur qui organise les activités. Son rôle consiste à : - Présenter la situation-problème et s'assurer de sa bonne compréhension. - Animer la phase de recherche en laissant les élèves explorer leurs propres stratégies. - Institutionnaliser le savoir en formalisant la notion géométrique qui a émergé. - Proposer des exercices de structuration et de transfert pour consolider l'acquis.

3. L'articulation de la leçon en trois phases

Une séquence d'apprentissage se déroule systématiquement en trois temps. 1. **Phase d'appropriation.** L'enseignant présente la situation. Les élèves, individuellement ou en groupe, tentent de la résoudre avec leurs outils. Ils confrontent leurs idées et prennent conscience des limites de leurs savoirs actuels. 2. **Phase d'institutionnalisation.** Après la recherche, l'enseignant mène une synthèse. Il aide les élèves à formuler le concept géométrique adéquat, lui donne son nom officiel, sa définition et ses propriétés. C'est la phase de structuration formelle du cours. 3. **Phase de transfert.** Les élèves appliquent la nouvelle notion pour résoudre la situation-problème initiale de manière efficace. Des exercices variés permettent ensuite de réinvestir cette compétence dans d'autres contextes.

Matériel didactique requis

Une maîtrise effective des compétences en géométrie plane exige l'utilisation d'un matériel spécifique et standardisé. La manipulation correcte de ces outils est un prérequis à la construction rigoureuse du raisonnement géométrique chez l'élève. L'objectif est de dépasser la simple reconnaissance des figures pour atteindre une capacité de construction et de démonstration.

1. Instruments de tracé et de mesure

La précision des constructions graphiques est directement conditionnée par la qualité et l'usage adéquat des instruments. L'enseignant disposera d'un jeu d'instruments de grand format pour les démonstrations au tableau. Chaque élève doit posséder son propre matériel individuel.

Ce matériel de base inclut : - **La latte graduée** : pour le tracé de segments de droite et la mesure des longueurs. - **L'équerre** : pour la construction d'angles droits, de droites perpendiculaires et de parallèles. L'équerre Aristo

est recommandée. - **Le rapporteur** : pour la mesure en degrés d'un angle et la construction d'un angle de mesure donnée. - **Le compas** : pour le tracé de cercles ou d'arcs de cercle, ainsi que pour le report de longueurs.

2. Supports de visualisation et de travail

Le support de travail structure la pensée de l'élève et facilite la propreté des rendus. L'utilisation d'un cahier quadrillé (5x5 mm) est obligatoire pour les exercices et les prises de notes. Ce quadrillage sert de repère implicite et aide à l'alignement et à la perpendicularité intuitive. Le tableau noir, ou son équivalent blanc, demeure le principal support de l'enseignant pour la modélisation des concepts et la correction collective des exercices. L'usage de craies de couleurs distinctes est fortement encouragé pour différencier les éléments d'une figure complexe.

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Partie 1. LES FONDEMENTS DE LA GÉOMÉTRIE PLANE ET CONFIGURATION DU PLAN

a. Une histoire de terre et d'eau

Depuis des millénaires, les humains mesurent la terre. Après les grandes crues du fleuve Congo, les anciens habitants du royaume Kongo devaient redessiner les limites de leurs champs. Ils utilisaient pour cela des cordes et des piquets. Ces gestes simples sont à l'origine de la géométrie, un mot qui veut justement dire "mesure de la terre". C'est une science née d'un besoin très concret.

b. Les briques invisibles du monde

Toute la géométrie s'organise autour de trois éléments fondamentaux. Le point est une position, sans aucune dimension. La droite est une collection infinie de points parfaitement alignés. Le plan est une surface plate qui s'étend à l'infini dans toutes les directions. Ces trois idées sont les briques avec lesquelles nous allons construire toutes les figures et tous les raisonnements de ce cours.

c. De la théorie à la parcelle de manioc

Ces notions semblent abstraites. Pourtant, elles sont partout autour de nous. Le coin d'un cahier représente un point. Le fil tendu par un maçon à Mbandaka pour construire un mur droit matérialise une ligne. La surface calme d'un lac, comme le lac Maï-Ndombe, donne l'image d'une portion de plan. La géométrie est donc un outil puissant pour décrire notre environnement quotidien.

d. Un langage pour raisonner et construire

Apprendre la géométrie, c'est avant tout apprendre un nouveau langage. Ce langage utilise des symboles et des règles logiques pour décrire des formes et des espaces avec une précision totale. Il permet de résoudre des problèmes concrets. Savoir tracer une perpendiculaire est utile pour un charpentier de Goma comme pour un architecte de Kananga. Cette discipline forme l'esprit à la rigueur et à la logique.

Chapitre 1. Les éléments fondamentaux de la géométrie

1.1. Le point, la droite et le plan : modèles physiques et notations

a. L'origine des formes

Pendant des milliers d'années, les bâtisseurs égyptiens ont érigé des pyramides avec une précision incroyable. Ils n'avaient pas d'ordinateurs, mais une connaissance profonde des formes. Le sommet d'une pyramide est un point parfait. Ses arêtes sont des segments de droites.

Cette sagesse ancienne montre une vérité simple. La géométrie n'est pas une invention abstraite. Elle est l'observation du monde qui nous entoure. Chaque objet, du grain de sable à l'étoile, possède une forme que la géométrie aide à décrire.

A. Le Point : L'élément sans dimension

Un point géométrique n'a ni longueur, ni largeur, ni épaisseur. Il indique seulement une position dans l'espace. Penser à la trace laissée par une craie très fine sur un tableau noir à Mbandaka, ou à l'impact d'une goutte de pluie sur le sol sec du Kasaï. Mathématiquement, un point se nomme par une lettre majuscule : A, B, P.

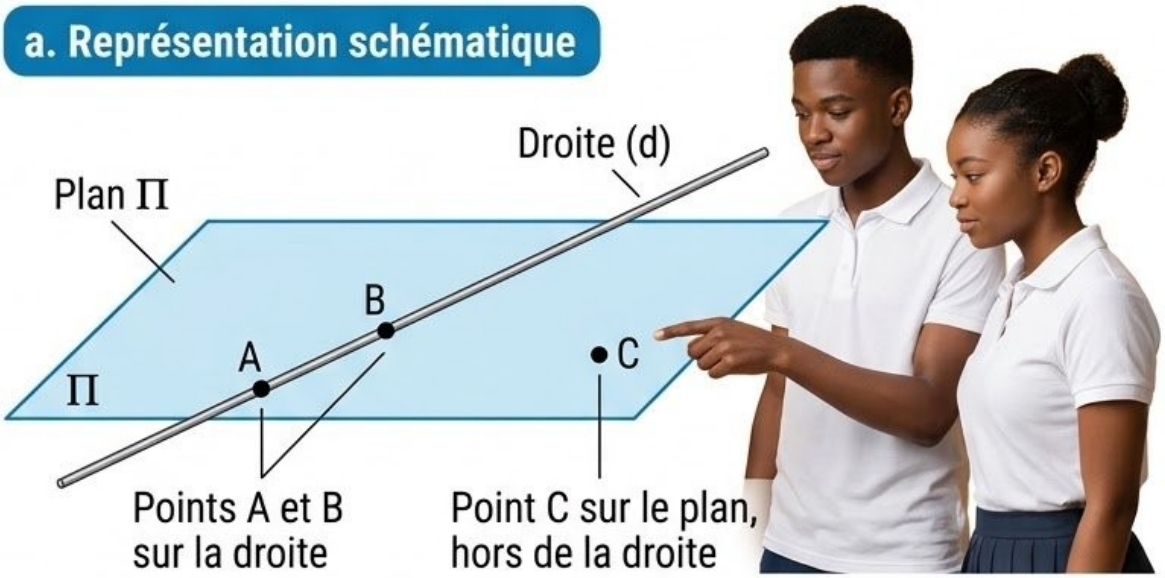
B. La Droite : Une infinité de points alignés

Une droite est un ensemble infini de points parfaitement alignés. Elle est illimitée dans les deux sens et ne possède qu'une seule dimension : la longueur. Un fil de pêche bien tendu entre deux amis au bord du lac Tanganyika donne une bonne idée d'un segment de droite. Un rayon de lumière qui traverse la forêt de l'Équateur est un excellent modèle de droite. On la note avec une lettre minuscule entre parenthèses, comme (d), (d'), ou à l'aide de deux de ses points, comme la droite (AB).

Figure 1 : Réf. IMG (9174-8480-6885)

Modèles physiques des concepts de **point, droite** et **plan**

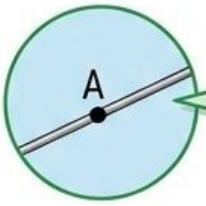
a. Représentation schématique



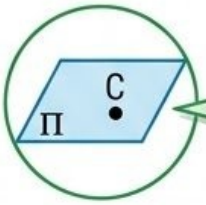
b. L'idée d'appartenance

Point A sur la droite (d)
=> A **ppartient** à (d)
=> Notation : A ∈ (d)

Symbole ∈ : appartient à



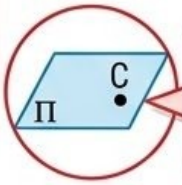
Point A sur la droite (d)
=> A **appartient** à (d)
=> Notation : A ∈ (d)



Point C dans le plan Π
=> C **appartient** à Π
=> Notation : C ∈ Π

c. La non-appartenance

Point C n'est renodifiée
=> non-appartenance



Point C n'est pas sur la droite (d)
=> C **n'appartient pas** à (d)
=> Notation : C ∉ (d)

Symbole ∉ : n'appartient pas à (négation de ∈)

Figure 1 : Réf. IMG (9174-8480-6885)

Modèles physiques des concepts de point, droite et plan

a. Représentation schématique

Le schéma montre un plan Π, symbolisé par un parallélogramme. Sur ce plan, une droite (d) est tracée, traversant le plan. Deux points, A et B, sont marqués sur la droite. Un troisième point, C, est placé sur le plan mais en dehors de la droite. Cette composition visuelle simple aide à mémoriser les notations et les relations spatiales entre ces trois éléments de base. Elle fixe l'idée que la droite est contenue dans le plan.

b. L'idée d'appartenance

Le point A est sur la droite (d). On dit que le point A appartient à la droite (d) . On note $A \in (d)$. De même, le point C appartient au plan Π. On note $C \in \Pi$. Ce symbole $\in$ signifie 'appartient à'.

c. La non-appartenance

Le point C n'est pas sur la droite (d). On dit que C n'appartient pas à la droite (d). La notation pour exprimer cela est $C \notin (d)$. Ce symbole $\notin$ est la négation de l'appartenance. Il est crucial pour définir si un élément fait partie d'un ensemble géométrique ou non. Un point peut être dans le plan sans être sur toutes les droites de ce plan.

■ ■ ■

C. Le Plan : La surface infinie

Un plan est une surface plate, illimitée dans toutes les directions. Il possède deux dimensions : la longueur et la largeur. La surface d'un lac calme, le tableau de la classe ou un grand champ de maïs dans le Kwilu sont des modèles physiques d'une portion de plan. Pour le noter, on utilise une lettre grecque comme Π (prononcer 'pi') ou trois de ses points non alignés, par exemple le plan (ABC).

b. Scénarios et exercices

L'anecdote du géomètre de Boma. À Boma, dans le Kongo Central, un vieux géomètre du nom de Papa Kanku devait délimiter un terrain rectangulaire pour une nouvelle école. Les jeunes apprentis étaient étonnés de le voir utiliser seulement des piquets et de la ficelle. En plantant un premier piquet (un point), il a tendu une ficelle parfaitement droite vers un autre piquet pour matérialiser

un côté du terrain (un segment de droite). Il leur expliqua : "Toute la géométrie du monde commence par un point et une ligne. Sans la maîtrise de ces deux idées, impossible de construire une case droite, un pont solide ou de diviser un champ équitablement". Sa sagesse rappelait que les concepts les plus simples sont les plus puissants.

Exercice 1 : Le chemin de l'école à Likasi

Énoncé : Maman Hélène, à Likasi, décrit le chemin pour aller de sa maison à l'école. "Ma maison est le point M. L'école est le point E. Le grand manguier sur la route est le point A. Le chemin de ma maison à l'école est une ligne parfaitement droite." Comment noter la droite qui passe par la maison et l'école ? Le manguier est-il sur ce chemin ? Comment le noter mathématiquement ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Nommer la droite** La droite passe par les points M et E. On la note donc (ME).
2. **Étape 2 : Analyser la position du manguier** Le manguier, représenté par le point A, se trouve sur le chemin droit entre la maison et l'école. Donc, le point A appartient à la droite (ME).
3. **Étape 3 : Écrire la notation mathématique** Le symbole pour "appartient à" est $\in$. La relation s'écrit donc : $A \in (ME)$.

Exercice 2 : Le terrain de foot de Gemena

Énoncé : Fiston et ses amis jouent au football sur un terrain plat à Gemena. Le terrain est parfaitement plat et peut être considéré comme une portion de plan, qu'on nommera Π. Le point de penalty est le point P. La ligne de but est une droite (d). Le poteau gauche du but est le point G. Le point P est-il sur la ligne de but (d) ? Le poteau G est-il sur le terrain Π ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Analyser la position du point de penalty** Le point de penalty se trouve à l'intérieur du terrain, mais pas sur la ligne de but. Donc, le point P n'appartient pas à la droite (d).
2. **Étape 2 : Utiliser la notation de non-appartenance** Le symbole pour "n'appartient pas à" est $\notin$. On écrit donc : $P \notin (d)$.

3. **Étape 3 : Analyser la position du poteau de but** Le poteau de but est planté sur le terrain. Le point G qui représente sa base est donc sur la surface du terrain, qui est le plan Π.
4. **Étape 4 : Utiliser la notation d'appartenance** Le point G appartient au plan Π. On écrit donc : $G \in \Pi$.

1.2. La droite : positions relatives et sous-ensembles (segment, demi-droite)

⚠️ *[Contenu non généré : bloqué par les filtres IA.]*

1.3. Propriétés du plan : parties convexes, concaves et demi-plans

a. Le test de la mangue et du croissant

Lorsque l'on coupe une mangue bien mûre de Bandundu en deux, on peut tracer un trait droit entre n'importe quels deux points de la pulpe. Ce trait restera toujours dans la pulpe. Cette forme est pleine, sans creux vers l'intérieur. La géométrie donne un nom à cette propriété simple.

Inversement, un croissant de lune ou même un simple croissant acheté à la boulangerie de Lubumbashi présente une forme courbée. Si l'on prend deux points situés aux deux extrémités du croissant, le trait droit qui les relie passe en grande partie dans le vide. La forme est "creusée".

A. La partie convexe du plan

Une partie du plan est dite **convexe** si, pour deux points quelconques A et B de cette partie, le segment $[AB]$ est entièrement contenu dans cette partie. Un disque, un carré, un rectangle ou un triangle sont des exemples classiques de parties convexes.

Imaginons un terrain de football à Matadi. Peu importe où se trouvent deux joueurs sur le terrain, une passe en ligne droite entre eux restera toujours sur la pelouse. Le terrain est une surface convexe.

B. La partie concave du plan

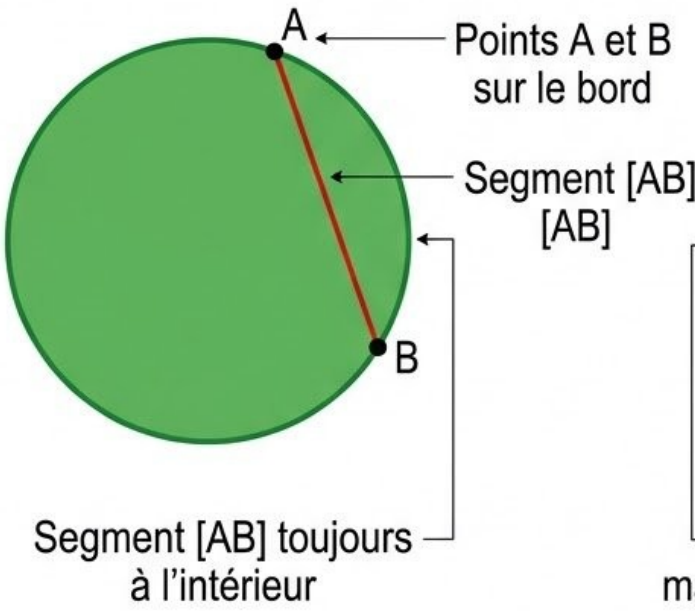
Une partie du plan est dite **concave** si elle n'est pas convexe. Cela signifie qu'il existe au moins deux points A et B de cette partie tels que le segment $[AB]$ n'est pas entièrement contenu dans la partie. La forme "rentre" sur elle-même.

Une étoile à cinq branches est un exemple de figure concave. On peut facilement trouver deux pointes de l'étoile telles que le segment qui les relie passe à l'extérieur de la figure.

Figure 2 : Réf. IMG (2307-8488-9219)

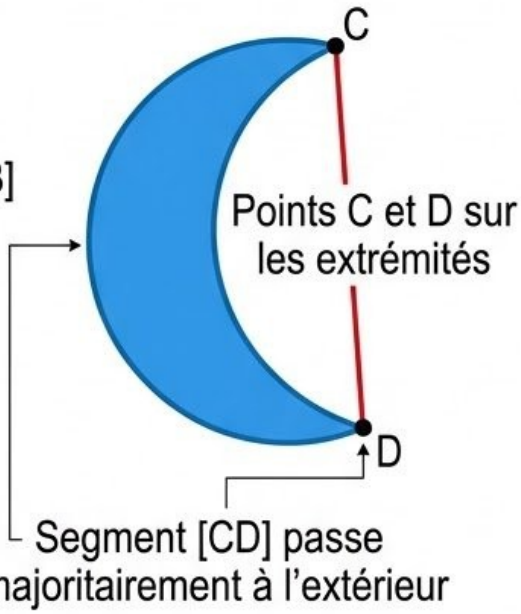
Différence visuelle simple entre une forme convexe et une forme concave

a. La forme pleine : convexe



Propriété : Valable pour tous les points sans exception

b. La forme creusée : concave



Propriété : Il suffit d'un seul cas comme celui-ci

c. Le segment de droite : l'outil de diagnostic



Forme convexe

① → Est-il possible de tracer un segment entre deux de ses points qui quitte la figure ?

② **NON** ③ → Figure **Convexe**



Forme concave

② → Est-il possible de tracer un segment entre deux de qui quitte la figure ?

③ **OUI** ④ → Figure **Concave**

Figure 2 : Réf. IMG (2307-8488-9219)

Différence visuelle simple entre une forme convexe et une forme concave

a. La forme pleine : convexe

Le cercle à gauche est une figure convexe. Prenons deux points A et B n'importe où à l'intérieur ou sur le bord du cercle. Le segment de droite [AB] qui les joint reste intégralement à l'intérieur du cercle. Il n'y a aucun moyen pour le segment de "sortir" de la figure. Cette propriété est valable pour tous les points sans exception.

b. La forme creusée : concave

Le croissant de lune à droite est une figure concave. Il est possible de choisir deux points, C et D, par exemple aux deux extrémités, de telle sorte que le segment de droite [CD] passe majoritairement dans le vide, à l'extérieur de la figure. Il suffit de trouver un seul cas comme celui-ci pour que la figure soit déclarée concave.

c. Le segment comme outil de diagnostic

Le segment de droite est l'outil qui permet de faire la différence. Pour une figure donnée, la question est toujours la même. Est-il possible de tracer un segment entre deux de ses points qui quitte la figure ? Si la réponse est non, la figure est convexe. Si la réponse est oui, même pour un seul cas, la figure est concave.

C. Le demi-plan

Une droite (d) partage le plan en deux régions infinies. Chacune de ces régions est appelée un **demi-plan**. La droite (d) est la **frontière** de ces deux demi-plans.

Si deux points A et B sont dans le même demi-plan, le segment $[AB)$ ne coupe pas la frontière (d). S'ils sont dans des demi-plans différents, le segment $[AB)$ coupe obligatoirement la frontière (d).

Scénarios et Exercices

Une question de terrain à Mbuji-Mayi

Papa Kabeya, dans le Kasaï-Oriental, possède un grand terrain. Il souhaite le diviser pour ses deux fils. Il plante un piquet au nord, un au sud, un à l'est et un à l'ouest, formant un beau rectangle : une forme convexe. Son voisin, Papa Tshibala, a un terrain plus étrange. Sa parcelle longe une rivière qui forme un grand "C". Le terrain de Papa Tshibala est donc concave. Pour aller d'un bout à l'autre de sa parcelle en ligne droite, il devrait savoir nager ! Papa Kabeya, lui, peut traverser son champ en ligne droite sans problème. Cette simple observation du quotidien illustre parfaitement la différence entre une forme géométrique convexe et une forme concave.

Exercice 1 : Le champ de maïs de Maman Hélène

Énoncé : Maman Hélène, agricultrice près de Kisangani, a un champ dont la forme est un polygone. Les sommets sont les points A(1;5), B(4;6), C(5;2) et D(2;1). Ce polygone ABCD est-il une partie convexe ou concave du plan ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Représenter les points** Sur un papier quadrillé, on peut placer les points A, B, C et D selon leurs coordonnées. On relie ensuite les points dans l'ordre pour former le polygone ABCD.

2. **Étape 2 : Appliquer le test du segment** Essayons de trouver deux points dont le segment sort de la figure. Prenons par exemple le point P(1.5; 4) qui est à l'intérieur du champ et le point Q(4.5; 3) qui est aussi à l'intérieur. Le segment [PQ] semble rester à l'intérieur. Prenons maintenant les sommets A et C. Le segment [AC] relie les points (1;5) et (5;2). On observe que ce segment passe bien à l'intérieur de la figure. Prenons les sommets B et D. Le segment [BD] relie les points (4;6) et (2;1). On observe que ce segment passe à l'extérieur du polygone.

3. **Étape 3 : Conclure** Puisqu'il existe au moins un segment, le segment [BD], qui relie deux points de la figure (les sommets B et D) sans être entièrement contenu dedans, le champ de Maman Hélène est une partie **concave** du plan.

Exercice 2 : La route de Matadi et le demi-plan

Énoncé : La Route Nationale 1 (RN1), sur une portion droite, peut être modélisée par une droite (d). Le village de Kimpese se trouve d'un côté de la route. Une grande plantation de palmiers à huile se trouve de l'autre côté. Le village et la plantation appartiennent-ils au même demi-plan ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Identifier la frontière** La frontière est la RN1, représentée par la droite (d). C'est elle qui sépare le plan en deux.
2. **Étape 2 : Positionner les éléments** L'énoncé précise que le village est "d'un côté" et la plantation "de l'autre côté". Cela signifie qu'ils sont séparés par la droite (d).
3. **Étape 3 : Conclure sur les demi-plans** Puisque la route (d) sépare le village de la plantation, ils ne sont pas situés dans la même région du plan. Le village et la plantation n'appartiennent donc pas au même demi-plan. Chacun est dans un demi-plan distinct dont la frontière commune est la route.

Chapitre 2. Notions fondamentales sur les angles

2.1. Définition, notation et mesure des angles (utilisation du rapporteur)

a. L'ouverture du monde

Quand un menuisier à Mbandaka assemble deux planches pour faire le coin d'un meuble, il crée une ouverture. Cette ouverture, plus ou moins grande, est un angle. La géométrie donne un nom et une mesure à cette simple idée. Elle transforme une observation quotidienne en un concept mathématique précis.

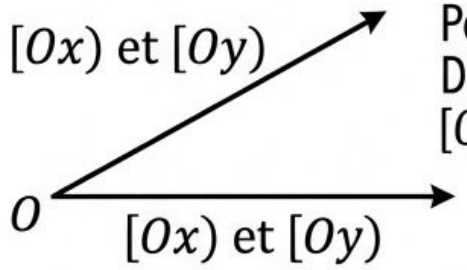
Partout autour de nous, des angles existent. L'intersection de deux rues à Lubumbashi, les branches d'un manguier à Gemena, ou même l'ouverture d'un livre. Comprendre les angles est la première étape pour décrire et construire le monde.

A. Définition d'un angle

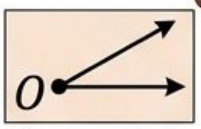
Un angle est la figure géométrique formée par deux demi-droites ayant la même origine. Cette origine commune est le sommet de l'angle. Les deux demi-droites sont les côtés de l'angle. L'angle représente l'écartement entre ces deux côtés.

Figure 3 : Réf. IMG (4235-0627-5885) Représentation schématique d'un angle avec son sommet et ses côtés.

1 Le sommet et les côtés



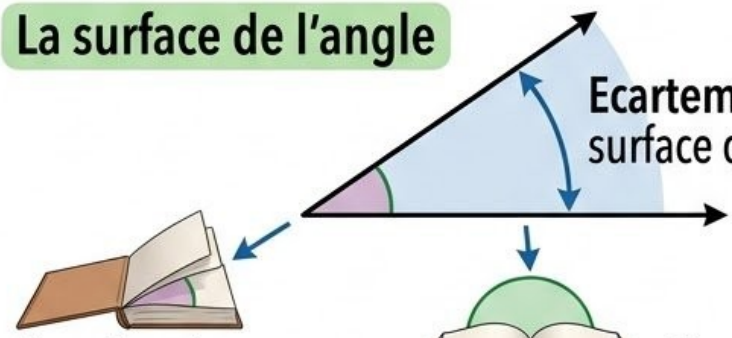
Point commun (sommet) O.
Demi-droites (côtés) [Ox) et $[Oy)$ s'étendent à l'infini.



Point commun (sommet) O.
Demi-droites (côtés) [Ox) et [Oy) s'étendent à l'infini.



2 La surface de l'angle



Ecartement = surface délimitée

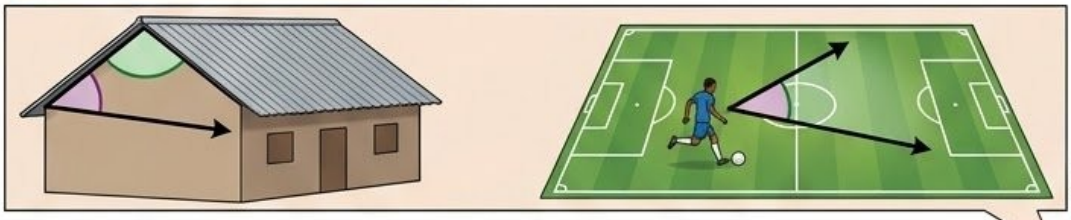
Livre à peine ouvert (petit angle)



Livre grand ouvert (grand angle)

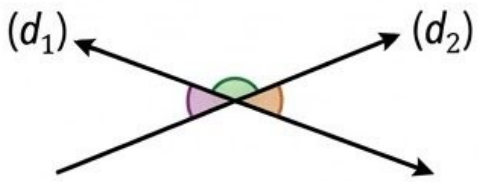


3 Un concept universel



Toit à Goma ou passe de football au Kasaï :
La structure (sommet et directions) reste la même.





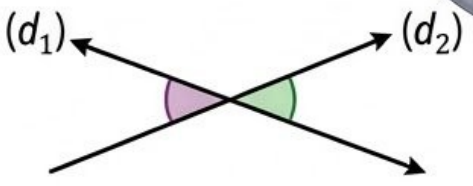


Figure 3 : Réf. IMG (4235-0627-5885)

Représentation schématique d'un angle avec son sommet et ses côtés.

a. Le sommet et les côtés

Le point commun aux deux demi-droites se nomme le sommet. Sur notre schéma, il est noté O. Les deux demi-droites ¿ et ¿ sont les côtés de l'angle. Elles partent du sommet et s'étendent à l'infini dans une direction. Cet ensemble forme une figure unique.

b. La surface de l'angle

L'angle représente l'écartement entre ses deux côtés. C'est la portion du plan, l'espace, délimitée par les deux demi-droites. Plus les côtés sont écartés, plus l'angle est grand. Un livre à peine ouvert forme un petit angle, un livre grand ouvert forme un grand angle.

c. Un concept universel

Qu'il s'agisse de l'angle d'un toit à Goma ou de la trajectoire d'une passe de football au Kasaï, la structure reste la même. Il y a toujours un sommet et deux directions qui s'en écartent. La géométrie nous donne les outils pour décrire cette forme.

B. Notation d'un angle

Pour parler d'un angle sans confusion, les mathématiciens utilisent des notations précises. Il existe trois manières principales de nommer un angle.

- **Avec trois lettres** : C'est la méthode la plus sûre. On utilise trois points : un sur chaque côté et le sommet. La lettre du sommet est toujours placée au milieu. Par exemple, l'angle de sommet O et de côtés passant par A et B se note $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$.
- **Avec une seule lettre** : Si aucun autre angle ne partage le même sommet, on peut le nommer simplement par la lettre du sommet. Par exemple, $\widehat{O}$.
- **Avec un symbole** : Parfois, une lettre minuscule (souvent grecque comme α, β) ou un numéro est placé à l'intérieur de l'angle pour le désigner rapidement.