TABLE DES MATIÈRES

PRÉLIMINAIRES **1**

0.1. Préface et Note Pédagogique 1

- 0.1.1. Fondement Didactique 1
- 0.1.2. Articulation Théorie-Pratique 1
- 0.1.3. Guidance pour l'Enseignant 1

0.2. Objectifs Généraux du Cours 1

- 0.2.1. Maîtrise du Raisonnement Déductif 1
- 0.2.2. Développement de l'Intuition Spatiale 2
- 0.2.3. Articulation entre Géométrie et Algèbre 2

0.3. Profil de Sortie de l'Élève 2

- 0.3.1. Compétences Conceptuelles et Définitionnelles 2
- 0.3.2. Compétences Opératoires et Instrumentales 3
- 0.3.3. Compétences de Raisonnement et d'Argumentation 3

PARTIE I : GÉOMÉTRIE DE L'ESPACE ET MESURES **4**

a. Du dessin au monde réel 4

b. La question du contenant 4

c. L'art de la surface 4

d. L'importance de la bonne mesure 4

CHAPITRE 1 : LES POLYÈDRES ET LA PERSPECTIVE CAVALIÈRE **5**

1.1. Le Cube, le Parallélépipède Rectangle et leurs Patrons 5

- a. L'oeil et la main 5
- A. Le Cube : La perfection à six faces 5

FIGURE 1 : RÉF. IMG (7775-7987-6402) **7**

Comparaison visuelle entre un cube et un parallélépipède rectangle 7

- B. Le Parallélépipède Rectangle (ou Pavé Droit) 7
- C. Le Patron d'un Solide 8

FIGURE 2 : RÉF. IMG (9130-5765-5562) **10**

Décomposition d'un cube en son patron et étapes de pliage 10

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- b. Scénarios et Exercices.....10

1.2. La Représentation en Perspective Cavalière.....12

- a. Dessiner en 3D sur une feuille 2D.....12
- A. Les trois règles fondamentales.....12

FIGURE 3 : RÉF. IMG (2904-9191-2801).....15

Construction d'un cube en perspective cavalière étape par étape.....15

FIGURE 4 : RÉF. IMG (9896-6759-5164).....17

Représentation d'un pupitre d'écolier en perspective cavalière.....17

- B. Scénarios et Exercices.....17

1.3. Le Prisme Droit et son Développement.....19

- a. L'œil et la boîte.....19
- A. Anatomie d'un Prisme Droit.....19

FIGURE 5 : RÉF. IMG (0362-6455-9566).....21

Anatomie d'un prisme droit à base pentagonale et ses éléments clés.....21

- B. Le Développement : Mettre le prisme à plat.....21

FIGURE 6 : RÉF. IMG (8722-1352-9206).....23

Déploiement d'un prisme droit triangulaire pour former son patron plan.....23

- C. Calculs Fondamentaux : Aire et Volume.....23

CHAPITRE 2 : LES CORPS RONDS ET SOLIDES DE RÉVOLUTION.....27

2.1. Le Cylindre de Révolution.....27

- a. Introduction : La forme qui nous entoure.....27
- A. Définition et vocabulaire du cylindre.....27

FIGURE 7 : RÉF. IMG (7918-0634-4070).....29

Schéma montrant la génération d'un cylindre par la rotation d'un rectangle.....29

- B. Patron, Aires et Volume.....29

2.2. Le Cône de Révolution.....31

- a. De la rotation à la révolution.....31
- A. Anatomie d'un cône de révolution.....31
- B. Les formules essentielles.....32

FIGURE 8 : RÉF. IMG (9726-0332-9225).....35

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Patron d'un cône de révolution montrant sa base et sa surface latérale....35
- Scénarios et Exercices....35
- L'anecdote du tas de sel de Lukala....35

2.3. La Sphère, la Boule et les Sections Planes....37
- a. Une forme parfaite et universelle....37
- A. Sphère et Boule : une distinction capitale....37

FIGURE 9 : RÉF. IMG (0307-6098-6980)....40

Différence entre la sphère (surface) et la boule (solide plein)....40
- B. Les Sections Planes d'une Sphère....40

FIGURE 10 : RÉF. IMG (8897-5442-1960)....43

Les trois types de sections planes d'une sphère par un plan....43
- b. Scénarios et Exercices....43

CHAPITRE 3 : CALCULS D'AIRES ET DE VOLUMES....46

3.1. Unités de Mesure d'Aires et de Volumes....46
- a. De l'impression à la mesure....46
- A. Les unités d'aire : le monde en deux dimensions....46

FIGURE 11 : RÉF. IMG (9929-0866-3163)....48

Tableau de conversion des unités d'aire du mètre carré aux sous-multiples....48
- B. Les unités de volume et de capacité : l'espace en trois dimensions....48

FIGURE 12 : RÉF. IMG (2952-6625-0132)....50

Tableau de conversion des unités de volume et leur lien avec la capacité....50
- a. L'héritage du grand-père à Lodja....50

3.2. Aires Latérales et Totales des Solides....52
- a. L'erreur du peintre....52
- A. Aire Latérale : La "Ceinture" du Solide....52

FIGURE 13 : RÉF. IMG (1290-7076-9427)....55

Déploiement de l'aire latérale d'un cylindre et d'un prisme....55
- B. Aire Totale : Le "Paquet Complet"....55

3.3. Volumes des Solides Usuels (Prismes, Cylindres, Pyramides, Cônes)....58
- a. L'espace dans la boîte....58

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- A. Les Solides "Droits" : Prismes et Cylindres....58
- B. Les Solides "Pointus" : Pyramides et Cônes....59

FIGURE 14 : RÉF. IMG (3778-1437-3948)....61

Une pyramide inscrite dans un prisme et un cône dans un cylindre....61

- b. Scénarios et Exercices....61

PARTIE II : GÉOMÉTRIE PLANE FONDAMENTALE....64

a. Du champ de manioc au cahier quadrillé....64

b. Les trois briques fondamentales....64

c. Mesurer le monde : l'art de l'angle et de la distance....64

d. Construire, raisonner et prouver....64

CHAPITRE 4 : DROITES, POSITIONS RELATIVES ET DISTANCES....65

4.1. Positions Relatives des Droites (Sécantes, Parallèles, Perpendiculaires)....65

- a. Le point de vue du piéton....65
- A. Les Droites Sécantes : Le Croisement....65

FIGURE 15 : RÉF. IMG (2444-5980-3966)....67

Les trois positions relatives possibles entre deux droites dans un plan....67

- B. Les Droites Parallèles : Jamais Ensemble....67
- C. Les Droites Perpendiculaires : L'Angle Droit Parfait....67

FIGURE 16 : RÉF. IMG (9895-1944-9842)....70

Construction de droites parallèles et perpendiculaires avec une équerre et un....70

- b. Scénarios et Exercices....70

4.2. Distance d'un Point à une Droite et Médiatrice d'un Segment....72

- a. La quête du plus court chemin....72
- A. Distance d'un Point à une Droite....72

FIGURE 17 : RÉF. IMG (7339-9445-5158)....74

Construction de la distance d'un point à une droite et de la médiatrice....74

- B. Médiatrice d'un Segment....74

4.3. Inégalité Triangulaire et Distance entre deux Points....76

- a. Le chemin le plus court....76
- A. La Distance entre deux points....76

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

FIGURE 18 : RÉF. IMG (2633-3388-3225) **79**

Schéma simple de deux points A et B reliés par un segment 79

- B. L'énoncé de l'Inégalité Triangulaire 79

CHAPITRE 5 : LES ANGLES ET LEURS RELATIONS **83**

5.1. Classification, Mesure et Relations Angulaires (Adjacents, Opposés, Comp 83

- a. L'œil du géomètre 83
- A. Classification des angles 83
- B. Relations entre deux angles 84

FIGURE 19 : RÉF. IMG (0043-2358-7318) **86**

Relations visuelles entre paires d'angles : adjacents, opposés, supplémentaires 86

- Scénarios et Exercices 86
- a. Anecdote du menuisier de Mbandaka 86

5.2. Angles Formés par des Droites Parallèles et une Sécante 88

- a. L'œil du géomètre 88
- A. Définitions et Vocabulaire 88

FIGURE 20 : RÉF. IMG (7146-5666-7274) **90**

Identification des droites parallèles (d1, d2) et de la sécante (s) 90

- B. Les Paires d'Angles et leurs Propriétés 90

FIGURE 21 : RÉF. IMG (3728-6625-7040) **92**

Visualisation des paires d'angles (alternes-internes, correspondants) et leur 92

- C. La Réciproque : Prouver le Parallélisme 92

CHAPITRE 6 : LES TRIANGLES **95**

6.1. Classification, Propriétés et Aire des Triangles 95

- a. Accroche : La forme universelle 95
- A. Classification des triangles 95

FIGURE 22 : RÉF. IMG (5666-5537-0745) **97**

Les différents types de triangles selon leurs côtés et angles 97

- B. Propriété fondamentale des angles 97
- C. Calcul de l'aire d'un triangle 98

FIGURE 23 : RÉF. IMG (3682-6663-3396) **100**

Visualisation de la base et de la hauteur pour le calcul de l'aire....100
- b. Scénarios et Exercices....100

6.2. Droites Remarquables du Triangle....102
- a. Le secret des géomètres....102
- A. La Médiatrice : La droite du partage équitable....102

FIGURE 24 : RÉF. IMG (3179-8113-0541)....104

Médiatrices et hauteurs, deux droites de construction essentielles....104
- B. La Hauteur : La droite de la "verticalité"....104
- C. La Médiane : La droite de l'équilibre....105

FIGURE 25 : RÉF. IMG (5291-9687-8332)....107

Médianes et bissectrices, les droites du centre et du partage....107
- D. La Bissectrice : La droite du partage d'angle....107

6.3. Construction de Triangles....109
- a. Une question de survie en mer....109
- A. Cas 1 : Connaître les trois côtés (noté CCC)....109

FIGURE 26 : RÉF. IMG (8969-0833-1254)....111

Construction d'un triangle par la méthode des trois côtés (CCC)....111
- B. Cas 2 : Connaître deux côtés et l'angle compris (noté CAC)....111
- C. Cas 3 : Connaître un côté et les deux angles adjacents (noté ACA)....111

FIGURE 27 : RÉF. IMG (2632-4881-1586)....114

Construction d'un triangle connaissant un côté et deux angles (ACA)....114
- b. L'anecdote du charpentier de Mbandaka....114

CHAPITRE 7 : LES QUADRILATÈRES....117

7.1. Le Parallélogramme et ses Cas Particuliers (Rectangle, Losange, Carré)....117
- a. L'héritage des bâtisseurs du Nil et du Congo....117
- A. Le Parallélogramme : Le Père de Famille....117

FIGURE 28 : RÉF. IMG (4956-3537-9617)....119

Propriétés fondamentales d'un parallélogramme étiqueté ABCD....119
- B. Les Enfants Terribles : Rectangle, Losange et Carré....119

FIGURE 29 : RÉF. IMG (3011-8628-4114)....121

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

L'évolution du parallélogramme vers le rectangle, le losange et le carré....121
- Le défi du menuisier de Goma....121

7.2. Le Trapèze et ses Propriétés....123
- a. L'énigme de la petite table....123
- A. Définition et Éléments Caractéristiques....123

FIGURE 30 : RÉF. IMG (4974-1190-9521)....126

Schéma d'un trapèze quelconque avec ses éléments caractéristiques....126
- B. Les Différents Types de Trapèzes....126

FIGURE 31 : RÉF. IMG (1323-0755-4875)....128

Comparaison visuelle des trois types de trapèzes....128
- C. Calculs du Périmètre et de l'Aire....128

7.3. Décomposition de Polygones et Calcul d'Aires Complexes....130
- a. Le secret des arpenteurs et des maçons....130
- A. Le Principe de Décomposition par Addition....131

FIGURE 32 : RÉF. IMG (4828-7728-0877)....133

Décomposition d'un polygone en forme de flèche en figures simples....133
- B. Le Principe de Décomposition par Soustraction....133

FIGURE 33 : RÉF. IMG (6988-9211-7233)....135

Calcul de l'aire d'une couronne par méthode de soustraction....135
- C. Scénarios et Exercices....135

PARTIE III : LE CERCLE ET LES TRANSFORMATIONS DU PLAN....138

Le cercle : une forme parfaite et universelle....138

Les transformations : l'art de déplacer les formes....138

Un mariage géométrique : le cercle et le mouvement....138

L'objectif : maîtriser l'espace et le calcul....138

CHAPITRE 8 : LE CERCLE ET SES PROPRIÉTÉS....139

8.1. Définitions et Positions Relatives (Droite/Cercle et Cercle/Cercle)....139
- a. L'onde et la roue....139
- A. Les Éléments Fondamentaux du Cercle....139

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

FIGURE 34 : RÉF. IMG (7516-9119-4277) **141**

Les trois positions possibles d'une droite par rapport à un cercle. 141

- B. Positions Relatives : Droite et Cercles 141

8.2. Angles dans le Cercle et Cercles associés au Triangle 143

- a. L'accroche du géomètre 143
- A. Angles au Centre et Angles Inscrits 143

FIGURE 35 : RÉF. IMG (0520-1587-5031) **145**

Relation entre angle au centre et angle inscrit interceptant le même arc. 145

- B. Le Cercle Circonscrit à un Triangle 145

FIGURE 36 : RÉF. IMG (1589-0462-5851) **147**

Construction du cercle circonscrit à un triangle par les médiatrices 147

- a. Anecdote pour la route 147
- Scénarios et Exercices 148

8.3. Périmètre du Cercle et Aire du Disque 149

- a. Le secret millénaire du cercle 149
- A. Le Périmètre du Cercle : Le nombre Pi (π) 149

FIGURE 37 : RÉF. IMG (2117-5150-0273) **151**

Le diamètre et le rayon définissent le périmètre du cercle. 151

- B. L'Aire du Disque : Remplir l'intérieur 151

FIGURE 38 : RÉF. IMG (9191-9384-2483) **153**

Le disque est la surface colorée délimitée par le cercle. 153

- Le défi du champ circulaire de Papa Kabasele 153

CHAPITRE 9 : PROJECTIONS ET SYMÉTRIES **155**

9.1. Les Symétries Centrale et Orthogonale (Axiale) 155

- a. Le reflet du monde 155
- A. La Symétrie Centrale (par rapport à un point) 155
- B. La Symétrie Orthogonale (ou Axiale) 155

FIGURE 39 : RÉF. IMG (5364-1873-5793) **158**

Comparaison visuelle entre la symétrie centrale et la symétrie axiale 158

- b. Une histoire de pagne à Lubumbashi 158

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

9.2. Projection Orthogonale et Propriétés de Conservation des Isométries.....160
- a. L'ombre n'est pas toujours fidèle.....160
- A. Définition de la Projection Orthogonale.....160

FIGURE 40 : RÉF. IMG (4621-6422-5971).....163

Projection orthogonale d'un point et d'un segment sur une droite.....163
- B. Isométries et Conservation des Longueurs.....163

CHAPITRE 10 : TRANSLATIONS ET DILATATIONS.....166

10.1. La Translation et la Notion de Vecteur.....166
- a. Le glissement parfait.....166
- A. Définition de la Translation.....166

FIGURE 41 : RÉF. IMG (2390-3423-0206).....168

Translation d'un triangle ABC vers un triangle A'B'C'.....168
- B. Le Vecteur : La Flèche qui Commande.....168

FIGURE 42 : RÉF. IMG (4606-4577-0169).....170

Les trois caractéristiques fondamentales d'un vecteur AB.....170
- Scénarios et Exercices.....170
- a. L'anecdote du carreleur de Lubumbashi.....170

10.2. L'Homothétie et l'Application aux Échelles et Plans.....172
- a. L'ombre qui grandit.....172
- A. Définition et propriétés de l'homothétie.....172

FIGURE 43 : RÉF. IMG (2630-8544-2839).....174

Construction d'une homothétie positive (agrandissement) d'un triangle ABC.....174
- B. Application aux échelles et aux plans.....174

FIGURE 44 : RÉF. IMG (6868-4953-5335).....177

Carte simplifiée du Kongo Central avec une échelle claire et des villes.....177
- Scénarios et Exercices.....177
- L'architecte de Lubumbashi.....177

ANNEXES.....180

4.1. Formulaire de Géométrie.....180
- A. Notions Fondamentales de la Géométrie Plane.....180

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- B. Droites Remarquables et Positions.....181
- C. Formules des Polygones.....181
- D. Le Cercle et le Disque.....182
- E. Solides de Base.....183

4.2. Notations et Symboles Géométriques.....183
- A. Éléments Fondamentaux et Leurs Notations.....183
- B. Relations et Opérateurs.....185
- C. Angles.....186
- D. Figures Usuelles.....186
- E. Vecteurs et Transformations.....187

4.3. Guide d'Utilisation des Instruments de Dessin.....187
- A. La Règle graduée.....187
- B. L'Équerre.....188
- C. Le Rapporteur.....189
- D. Le Compas.....189

4.4. Lexique des Termes Géométriques.....190
- A. Objets et Relations Fondamentaux.....190
- B. Les Angles.....191
- C. Les Polygones.....192
- D. Triangles et Quadrilatères.....192

PRÉLIMINAIRES

0.1. Préface et Note Pédagogique

0.1.1. Fondement Didactique

L'enseignement de la géométrie en 8ème année de base exige un dépassement de l'apprentissage mémoriel. La finalité de cet ouvrage est l'édification d'une compétence de raisonnement spatial et déductif chez l'élève. Chaque notion théorique est présentée comme la réponse logique à un questionnement concret. La priorité est la construction de la pensée géométrique, socle de la rigueur scientifique.

0.1.2. Articulation Théorie-Pratique

Une abstraction n'acquiert de sens que par son application. Pour ancrer les concepts, ce manuel articule systématiquement la théorie et la pratique via des scénarios contextualisés. Une figure géométrique devient ainsi un plan de parcelle à Kananga, un angle de toiture à Goma ou l'agencement d'un marché à Gemena. Cette contextualisation facilite le transfert des connaissances et rend l'apprentissage durable. L'élève applique immédiatement un théorème à une situation tangible.

0.1.3. Guidance pour l'Enseignant

Le présent manuel constitue un support didactique, non un script prescriptif. L'enseignant est invité à l'adapter aux dynamiques spécifiques de sa classe, de Matadi à Kisangani. Les exercices proposés sont calibrés pour évaluer la maîtrise des compétences définies par le programme national. Leur difficulté progressive vise à développer l'autonomie de l'élève face à un problème, le préparant ainsi méthodiquement aux évaluations certificatives du cycle.

0.2. Objectifs Généraux du Cours

0.2.1. Maîtrise du Raisonnement Déductif

Fondamentalement, l'enseignement de la géométrie en 8ème année vise à structurer la pensée de l'élève. Il s'agit d'opérer une transition cognitive majeure, passant de la géométrie d'observation à la géométrie de démonstration. L'élève acquiert la capacité de construire une argumentation

logique et rigoureuse à partir d'hypothèses et de définitions. Il apprend à justifier chaque étape d'un raisonnement, à identifier les propriétés pertinentes et à enchaîner les déductions pour parvenir à une conclusion validée. Cette compétence dépasse le cadre mathématique et constitue un outil intellectuel fondamental.

0.2.2. Développement de l'Intuition Spatiale

Au-delà de la logique pure, le cours a pour objectif de cultiver la perception et la représentation de l'espace. L'élève doit pouvoir se représenter mentalement des figures planes et des solides simples, anticiper les effets d'une transformation (translation, rotation, symétrie) et visualiser des relations entre différents objets géométriques. Cette compétence ancre la géométrie dans le réel et prépare l'élève à modéliser et à résoudre des problèmes concrets issus de son environnement, de l'architecture à la topographie.

0.2.3. Articulation entre Géométrie et Algèbre

Progressivement, le cours établit des passerelles solides entre le raisonnement géométrique et le calcul algébrique. L'introduction du repérage cartésien et la manipulation des coordonnées sont des étapes clés. Cet objectif prépare l'élève à la géométrie analytique, où les figures sont décrites par des équations et les propriétés démontrées par le calcul. Cette articulation assure une vision unifiée des mathématiques et dote l'élève d'outils puissants pour l'analyse de problèmes complexes dans les cycles supérieurs.

0.3. Profil de Sortie de l'Élève

Au terme de la 8ème année de base, l'élève achève un cycle fondamental en géométrie. Son profil de sortie se structure autour de trois axes de compétences interdépendants, visant à transformer sa perception de l'espace et sa capacité à raisonner de manière structurée. L'objectif est de doter l'apprenant d'un socle solide pour les classes supérieures.

0.3.1. Compétences Conceptuelles et Définitionnelles

L'élève maîtrise le vocabulaire géométrique normalisé. Il énonce avec précision les définitions des objets fondamentaux (point, droite, segment, angle) et des figures planes usuelles (triangles, quadrilatères, cercle). Cette maîtrise inclut la restitution correcte des propriétés caractéristiques de ces figures, comme le parallélisme, la perpendicularité, les égalités de longueurs ou d'angles. Il distingue un axiome, une définition, une propriété et un théorème.

0.3.2. Compétences Opératoires et Instrumentales

Sur le plan pratique, l'élève exécute des constructions géométriques à l'aide des instruments (règle, équerre, compas, rapporteur) avec rigueur et propreté. Il applique des formules pour calculer des périmètres et des aires de polygones simples. La capacité à reproduire, à agrandir ou à réduire une figure selon des instructions précises est également consolidée.

0.3.3. Compétences de Raisonnement et d'Argumentation

Finalement, l'élève développe une démarche de raisonnement déductif. Il est capable de suivre une démonstration simple et de justifier une affirmation en s'appuyant sur une définition ou une propriété du cours. L'aptitude à organiser les étapes d'une résolution de problème et à communiquer sa démarche de manière claire constitue l'aboutissement de cette compétence.

Partie I : GÉOMÉTRIE DE L'ESPACE ET MESURES

a. Du dessin au monde réel

La géométrie plane étudie les figures sur une feuille. Un carré, un cercle. C'est bien. Pourtant, le monde n'est pas plat. Le ballon de football, la boîte de sucre Kwilu ou la maison familiale à Kananga ne sont pas des dessins. Ils ont une épaisseur, une profondeur. Ils occupent un volume. Cette partie du cours quitte le papier pour toucher les objets réels que l'on manipule chaque jour.

b. La question du contenant

Le calcul du volume répond à une question simple : combien peut-on mettre à l'intérieur ? Un agriculteur de la Tshopo doit connaître le volume de son grenier pour stocker sa récolte de maïs. À Boma, savoir combien de litres d'eau une citerne peut contenir est vital. Le volume mesure la capacité, l'espace intérieur d'un solide. C'est une information cruciale pour le stockage et le commerce.

c. L'art de la surface

Après l'intérieur, il y a l'extérieur. L'aire est la mesure de la surface d'un objet. Un peintre à Goma a besoin de calculer l'aire des murs pour savoir combien de pots de peinture acheter. Un couturier à Lubumbashi calcule l'aire de tissu nécessaire pour un vêtement. L'aire quantifie ce qui recouvre, ce qui est visible. C'est la "peau" des objets géométriques dans l'espace.

d. L'importance de la bonne mesure

Un volume sans unité est une information incomplète. Dire "un grand bidon" ne suffit pas. Est-ce 20 litres, 25 litres ? La géométrie de l'espace exige de la précision. Les mètres cubes (m^3) pour le volume, les mètres carrés (m^2) pour l'aire. Ces unités sont universelles, de Mbuji-Mayi à New York. Elles permettent de communiquer sans se tromper. La rigueur commence ici.

Chapitre 1 : Les Polyèdres et la Perspective Cavalière

1.1. Le Cube, le Parallélépipède Rectangle et leurs Patrons

a. L'oeil et la main

Un des faits les plus surprenants de la géométrie est son origine pratique. Avant les théorèmes complexes, les humains bâtissaient déjà des abris et fabriquaient des outils. Ils manipulaient instinctivement des formes solides et stables, comme des briques ou des pierres taillées. Ces objets sont les ancêtres directs des polyèdres étudiés aujourd'hui.

Dans ce chapitre, la manipulation des solides commence. Observer un objet est une première étape. Le décrire avec un vocabulaire précis et savoir le construire à partir d'une feuille plate est l'objectif final. De la brique de terre cuite de Mbandaka au dé à jouer, les mêmes règles de géométrie s'appliquent.

A. Le Cube : La perfection à six faces

Un cube est un polyèdre régulier. Il possède des caractéristiques très précises.

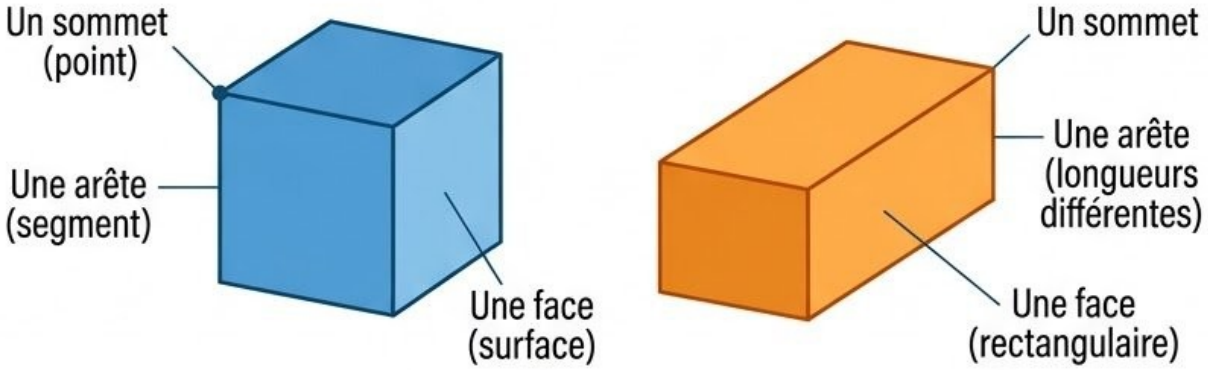
- Il est délimité par 6 faces. Chaque face est un carré identique aux autres.
- Il possède 12 arêtes. Toutes les arêtes ont la même longueur.
- Il possède 8 sommets. Un sommet est le point de rencontre de trois arêtes.

La forme du dé à jouer est un exemple parfait de cube. Chaque face a une chance égale d'apparaître, car elles sont toutes identiques.

Figure 1 : Réf. IMG (7775-7987-6402)

COMPARAISON VISUELLE ENTRE UN CUBE ET UN PARALLÉLÉPIPÈDE RECTANGLE

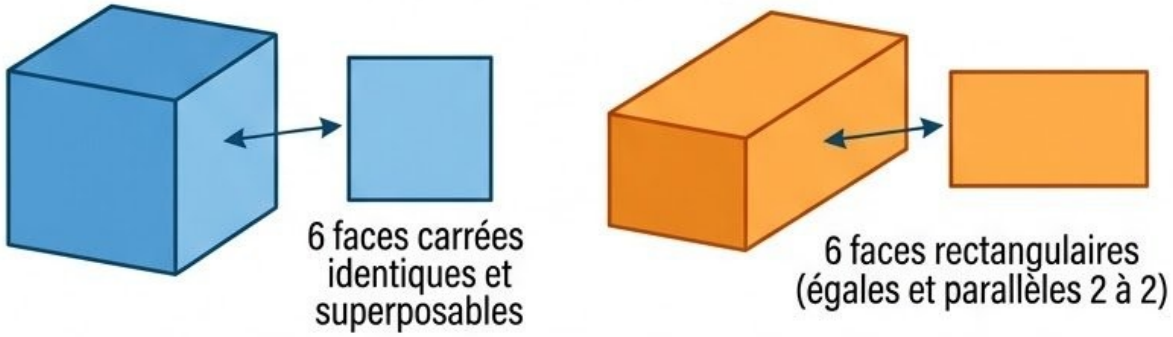
a. L'anatomie des solides



Le cube (arêtes égales) à côté du parallélépipède rectangle (brique, arêtes de longueurs variées)

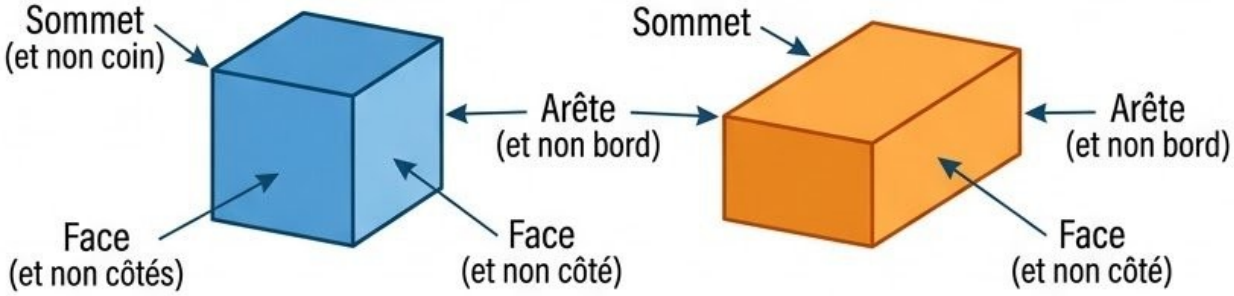
b. La différence fondamentale

(Mise en avant des faces)



c. Le vocabulaire juste

(Synthèse et rigueur géométrique)



CARACTÉRISTIQUES COMMUNES : 8 sommets, 12 arêtes, 6 faces

Figure 1 : Réf. IMG (7775-7987-6402)

Comparaison visuelle entre un cube et un parallélépipède rectangle.

a. L'anatomie des solides

L'illustration montre les deux solides étudiés côte à côte. Sur chaque forme, les éléments clés sont visibles : les points aux coins sont les **sommets**, les lignes droites qui relient les sommets sont les **arêtes**, et les surfaces planes sont les **faces**. Le cube, à gauche, affiche une symétrie parfaite, avec toutes ses arêtes de même longueur. Le parallélépipède rectangle, à droite, a des arêtes de longueurs différentes, ce qui lui donne une forme plus allongée, comme une brique.

b. La différence fondamentale

Le détail le plus important est la nature des faces. Pour le cube, toutes les six faces sont des carrés superposables. Pour le parallélépipède rectangle, les six faces sont des rectangles. Seules les faces opposées sont obligatoirement identiques et parallèles deux à deux. Cette distinction est la base de leur classification.

c. Le vocabulaire juste

En géométrie, la précision des mots est capitale. Utiliser "coin" au lieu de "sommet" ou "bord" au lieu d' "arête" est une imprécision. Le schéma aide à associer le bon terme à la bonne partie du solide. Cette rigueur du langage est la première étape pour résoudre des problèmes géométriques sans confusion. On compte 8 sommets, 12 arêtes et 6 faces pour ces deux solides.

B. Le Parallélépipède Rectangle (ou Pavé Droit)

Ce solide est très courant dans la vie de tous les jours. Une brique de construction, une boîte d'allumettes ou un livre sont des parallélépipèdes rectangles.

- Il est délimité par 6 faces. Chaque face est un rectangle.
- Les faces opposées sont identiques et parallèles deux à deux.
- Comme le cube, il possède 12 arêtes et 8 sommets.

Un cube est un cas particulier de parallélépipède rectangle, où toutes les faces sont des carrés.

C. Le Patron d'un Solide

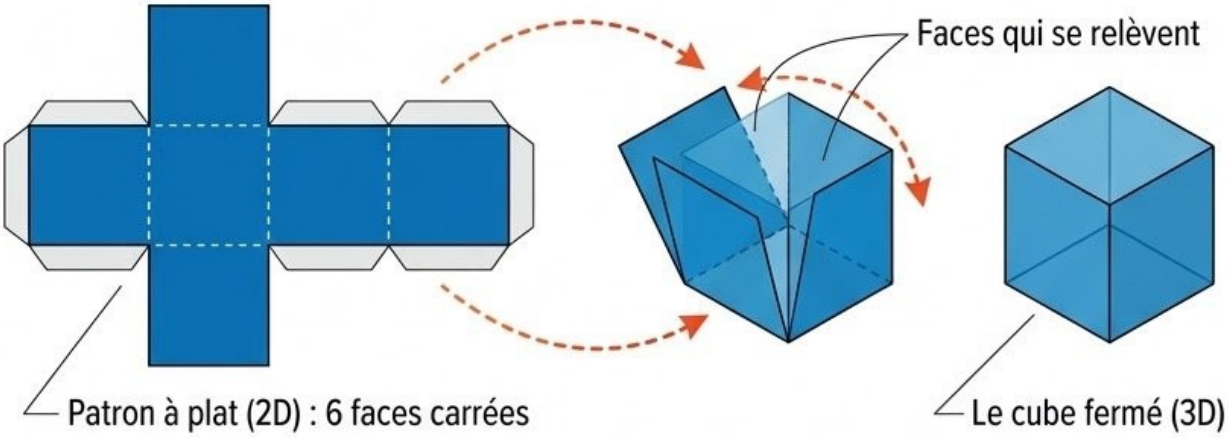
Le patron d'un solide est sa représentation à plat, en deux dimensions. C'est une figure géométrique qui, une fois découpée et pliée correctement, permet de reconstituer le solide en trois dimensions.

Déplier une boîte en carton pour la mettre à plat revient à obtenir son patron. Pour un cube, le patron est composé de 6 carrés assemblés. Pour un pavé droit, il est composé de 6 rectangles assemblés. Il existe plusieurs patrons possibles pour un même solide.

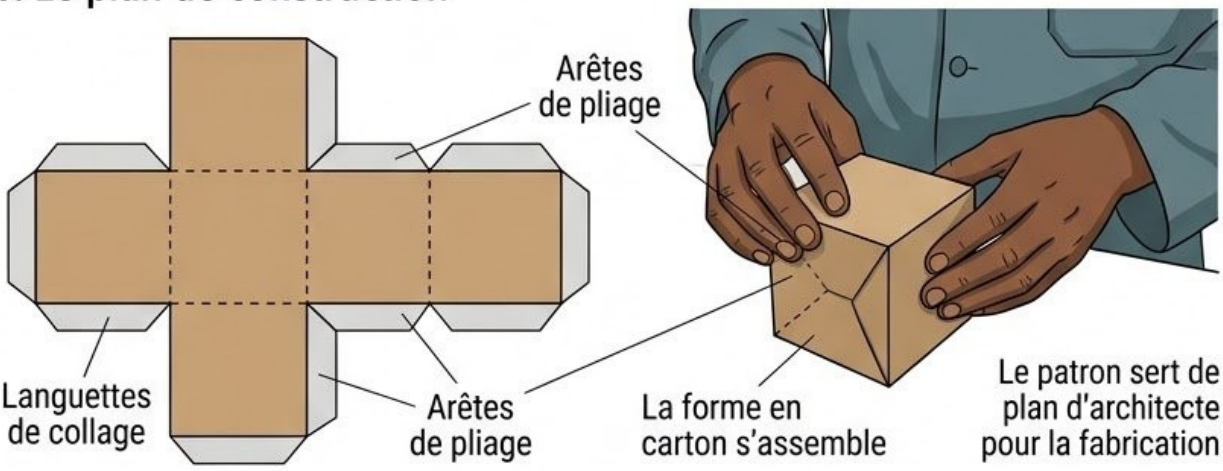
Figure 2 : Réf. IMG (9130-5765-5562)

DÉCOMPOSITION D'UN CUBE EN SON PATRON ET ÉTAPES DE PLIAGE.

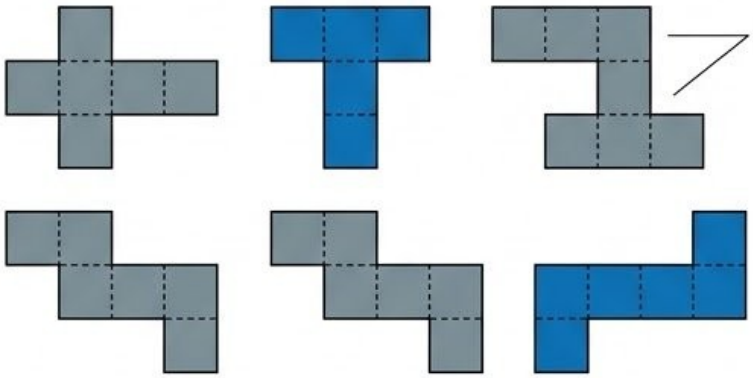
a. Du plat au volume



b. Le plan de construction



c. Un patron, plusieurs possibilités



Il existe en tout 11 patrons différents pour un même cube.



Figure 2 : Réf. IMG (9130-5765-5562)

Décomposition d'un cube en son patron et étapes de pliage.

a. Du plat au volume

Cette illustration montre la transformation magique de la 2D vers la 3D. À gauche, on voit le patron du cube : six carrés parfaitement agencés sur une feuille. C'est un objet plat, sans épaisseur. À droite, les flèches indiquent le mouvement de pliage le long des arêtes. Les faces se relèvent pour se rejoindre et former le volume fermé du cube. Le patron est le "code source" du solide.

b. Le plan de construction

Le patron agit comme un plan d'architecte pour le solide. Toute personne qui possède le patron peut construire un solide identique, peu importe où elle se trouve. Il contient toutes les informations nécessaires : la forme et la taille de chaque face, et la manière dont elles sont connectées. C'est la base de la fabrication d'emballages en carton.

c. Un patron, plusieurs possibilités

Bien que le patron en forme de croix soit le plus connu pour le cube, il n'est pas le seul. Il existe en réalité 11 patrons différents pour un même cube. Cela signifie qu'il y a 11 manières d'assembler six carrés par leurs côtés pour qu'ils puissent se replier en un cube. Cette information montre que la géométrie offre souvent plusieurs solutions à un même problème.

b. Scénarios et Exercices

L'ingénieur de l'Office des Routes, en mission près de Gemena dans la province de l'Équateur, doit concevoir des moules pour fabriquer des bornes kilométriques en béton. Ces bornes ont la forme de pavés droits. Pour économiser le métal, il ne veut pas souder des plaques pour former une boîte fermée. Il préfère découper une unique plaque de tôle et la plier pour former le moule sans couvercle. Il dessine donc le patron du parallélépipède rectangle, mais en retirant la face du dessus. En faisant cela, il utilise la géométrie des patrons pour un besoin très concret : optimiser l'utilisation de matériaux et simplifier la fabrication. C'est le même principe utilisé par un tailleur de Goma qui découpe un patron en tissu pour assembler un vêtement.

Exercice 1 : Le dé de Fiston

Énoncé : Fiston, un élève de Bukavu, veut fabriquer un dé à jouer pour sa petite sœur. Le dé doit être un cube de 4 cm d'arête. Il dispose d'une feuille de carton carrée de 15 cm de côté. Le patron qu'il dessine tiendra-t-il sur sa feuille ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Analyser le besoin** Pour fabriquer un dé cubique, Fiston doit dessiner le patron d'un cube. Le patron le plus simple est une forme de croix composée de 6 carrés. Chaque carré aura une arête de 4 cm.
2. **Étape 2 : Dessiner mentalement le patron** Le patron en forme de croix est composé d'une bande de 4 carrés alignés et de 2 autres carrés attachés de part et d'autre de la bande. La longueur de la bande est $4 \times 4\,\text{cm} = 16\,\text{cm}$. La largeur de la partie la plus large (la barre horizontale de la croix) est $3 \times 4\,\text{cm} = 12\,\text{cm}$.
3. **Étape 3 : Vérifier les dimensions** Le patron a une longueur maximale de 16 cm et une largeur maximale de 12 cm. La feuille de Fiston mesure 15 cm sur 15 cm. La longueur du patron (16 cm) est supérieure à la dimension de la feuille (15 cm).
4. **Étape 4 : Conclure** Le patron ne tiendra pas sur la feuille de carton. Fiston doit trouver une feuille plus grande ou réduire la taille de son dé.

Exercice 2 : Les boîtes de savon de Mama Hélène

Énoncé : Mama Hélène, commerçante au marché de Matadi au Kongo Central, vend du savon artisanal. Chaque savon est emballé dans une boîte en carton ayant la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur $L = 10\,\text{cm}$, de largeur $l = 6\,\text{cm}$ et de hauteur $h = 5\,\text{cm}$. Quelle est la surface de carton nécessaire pour fabriquer une seule boîte (sans compter les languettes de collage) ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Identifier les faces de la boîte** La boîte a 6 faces rectangulaires, identiques deux à deux :
   - Deux faces "avant/arrière" de dimensions $10\,\text{cm} \times 5\,\text{cm}$.
   - Deux faces "dessus/dessous" de dimensions $10\,\text{cm} \times 6\,\text{cm}$.

- Deux faces "côtés" de dimensions $6\,\text{cm} \times 5\,\text{cm}$.

2. **Étape 2 : Calculer l'aire de chaque paire de faces**
   - Aire des faces avant/arrière : $2 \times (10 \times 5) = 2 \times 50 = 100\,\text{cm}^2$.
   - Aire des faces dessus/dessous : $2 \times (10 \times 6) = 2 \times 60 = 120\,\text{cm}^2$.
   - Aire des faces côtés : $2 \times (6 \times 5) = 2 \times 30 = 60\,\text{cm}^2$.
3. **Étape 3 : Calculer la surface totale du carton** La surface totale est la somme des aires de toutes les faces. C'est l'aire du patron de la boîte.

$$A_{totale} = 100\,\text{cm}^2 + 120\,\text{cm}^2 + 60\,\text{cm}^2$$

$$A_{totale} = 280\,\text{cm}^2$$

4. **Étape 4 : Conclure** La surface de carton nécessaire pour fabriquer une boîte de savon est de 280 cm².

1.2. La Représentation en Perspective Cavalière

a. Dessiner en 3D sur une feuille 2D

Pendant des siècles, les artistes et les architectes ont cherché un moyen efficace de montrer la profondeur d'une scène sur une surface plate, comme une toile ou un mur. Le défi est de créer une illusion de volume et de distance sur un support qui n'a que deux dimensions : la hauteur et la largeur.

La géométrie propose une méthode rigoureuse pour y parvenir : la perspective cavalière. C'est un ensemble de règles simples mais puissantes pour représenter un objet en trois dimensions sur une feuille de papier. Cette technique donne une illusion de volume à nos figures géométriques.

A. Les trois règles fondamentales

La perspective cavalière obéit à des conventions précises. Le respect de ces règles garantit une représentation claire et compréhensible de l'objet.

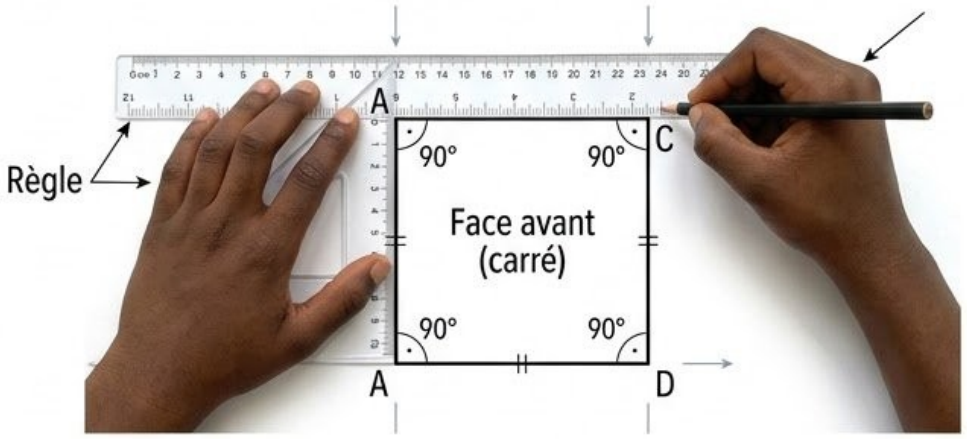
- **Règle 1 : La face avant.** La face de l'objet qui est parallèle au plan de dessin (la feuille) est représentée en vraie grandeur. Ses angles et ses longueurs ne sont pas déformés.
- **Règle 2 : Les fuyantes.** Les arêtes qui s'éloignent de l'observateur, appelées "arêtes fuyantes", sont dessinées obliques. Elles forment un

angle précis (souvent 30° ou 45°) avec l'horizontale. Leur longueur est réduite par un "coefficient de réduction" (souvent 0,5 ou 1/2) pour créer l'effet de profondeur.

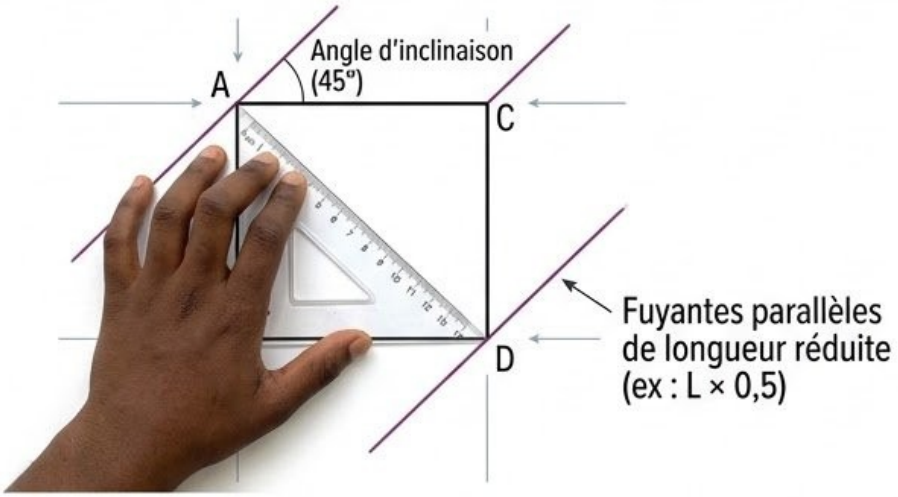
- **Règle 3 : Les arêtes cachées.** Les arêtes de l'objet qui ne sont pas visibles depuis le point de vue de l'observateur sont représentées en pointillés.

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

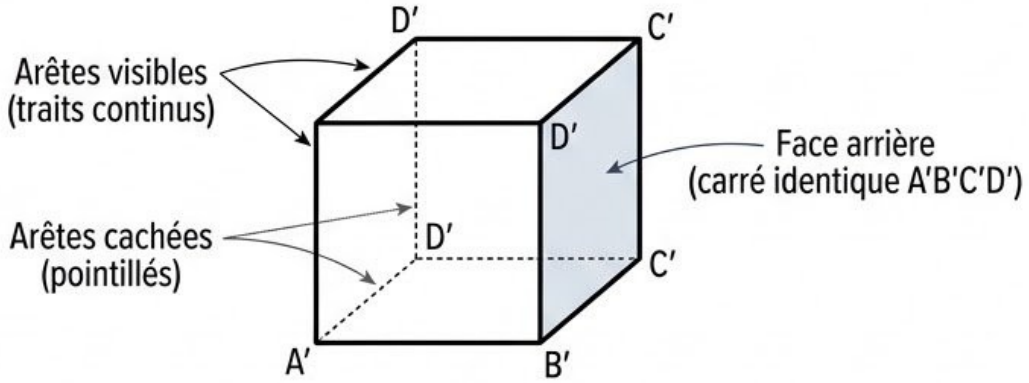
Figure 3 : Réf. IMG (2904-9191-2801) — Construction d'un cube en perspective cavalière étape par étape



1. On trace la face avant (un carré ABCD en vraie grandeur) à la règle et à l'équerre.



2. On trace les quatre fuyantes obliques (parallèles, à 45° et de longueur réduite).



3. On relie les extrémités pour former la face arrière, en traçant les arêtes cachées en pointillés.

Figure 3 : Réf. IMG (2904-9191-2801)

Construction d'un cube en perspective cavalière étape par étape.

a. La face avant en vraie grandeur

Le dessin commence par la face avant de l'objet. Pour un cube, il s'agit d'un carré. Toutes ses dimensions (longueur des côtés) et ses angles (90°) sont respectés. C'est la base de notre représentation. L'observateur voit cette face sans aucune déformation, comme si elle était posée à plat sur la feuille.

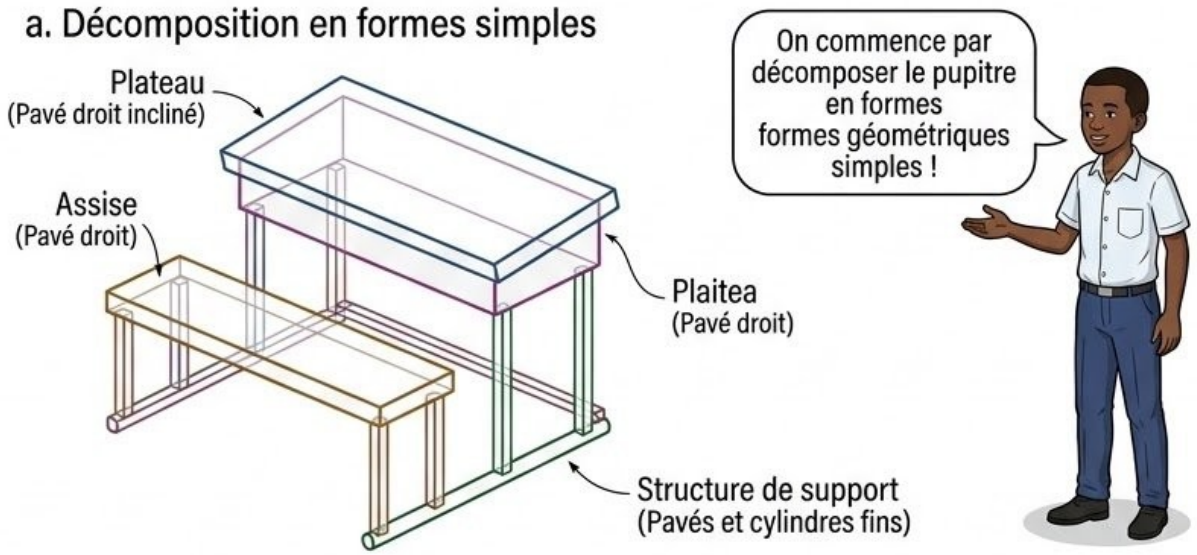
b. Le tracé des fuyantes

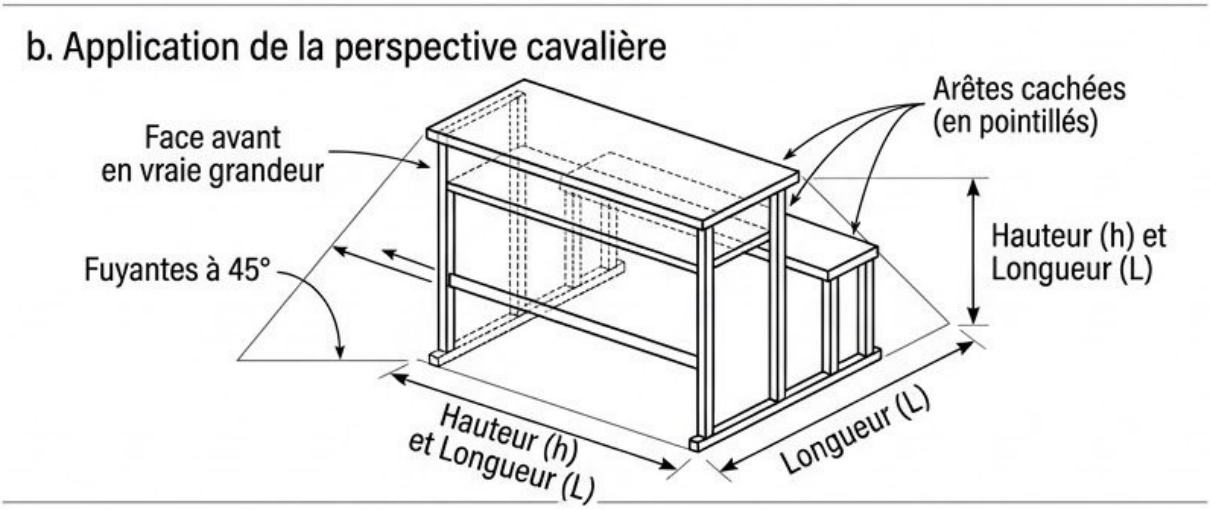
À partir de chaque sommet du carré avant, on trace des segments obliques, tous parallèles entre eux et de même longueur. Ce sont les fuyantes. Leur angle (ici 45°) et leur longueur réduite (longueur réelle × coefficient) donnent l'illusion de la profondeur du cube.

c. La face arrière et les arêtes cachées

En reliant les extrémités des fuyantes, on forme la face arrière. Elle est identique à la face avant (un carré), mais semble plus petite et décalée à cause de la perspective. Les arêtes qui sont masquées par le solide sont ensuite tracées en pointillés pour achever la représentation du volume.

Figure 4 : Réf. IMG (9896-6759-5164) – Représentation d'un pupitre d'écolier en perspective cavalière





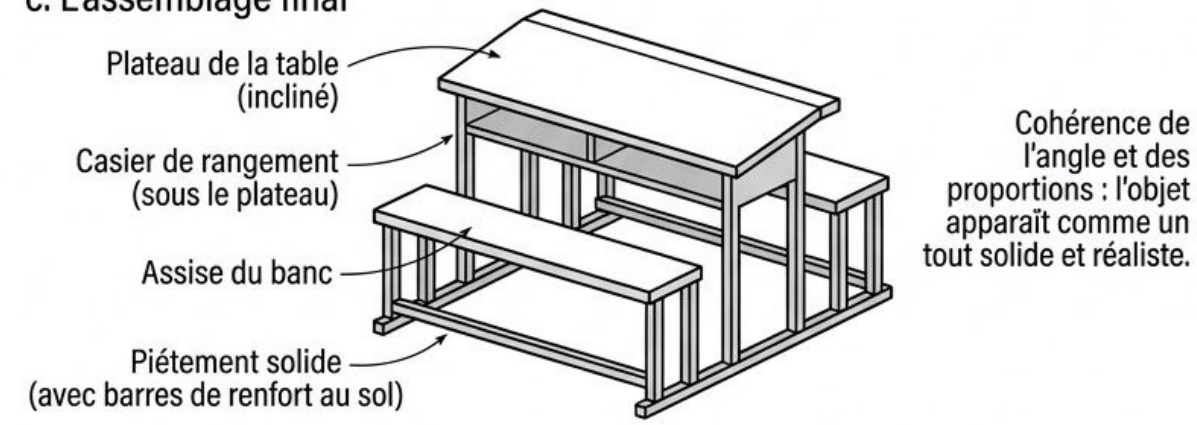


Figure 4 : Réf. IMG (9896-6759-5164)

Représentation d'un pupitre d'écolier en perspective cavalière.

a. Décomposition en formes simples

Un objet complexe, comme un pupitre, est d'abord analysé comme un assemblage de formes géométriques simples. Le pupitre peut être vu comme un pavé droit incliné pour la table et des cylindres ou des pavés droits plus fins pour les pieds. Cette décomposition simplifie grandement le travail de dessin.

b. Application des règles à chaque partie

Chaque forme simple est ensuite dessinée en appliquant les règles de la perspective cavalière. Le plateau rectangulaire a sa face avant, ses fuyantes et ses arêtes cachées. Il en va de même pour les pieds, qui sont alignés et dessinés avec le même angle de fuite.

c. L'assemblage final

L'assemblage de toutes les parties dessinées en perspective donne le rendu final de l'objet. La cohérence de l'angle de fuite et du coefficient de réduction sur toutes les parties est cruciale. Cela garantit que l'objet apparaît comme un tout solide et non comme une collection de formes disjointes.

B. Scénarios et Exercices

a. L'illusion du volume

À Mbandaka, dans la province de l'Équateur, un menuisier nommé Itongwa est réputé pour ses armoires robustes. Avant de couper la moindre planche de bois wengé, il prend une feuille et un crayon. Il ne connaît pas le nom "perspective cavalière", mais il en applique les principes instinctivement. Il dessine la façade de l'armoire, puis trace des lignes obliques pour représenter la profondeur. Il dit toujours : "Le dessin doit parler au bois. Si je vois l'armoire sur mon papier, ma scie saura où couper." Cette méthode simple lui permet de visualiser le meuble fini, de calculer la quantité de bois nécessaire et d'éviter les erreurs. Son carnet de croquis est un véritable manuel de géométrie appliquée, une preuve que les mathématiques sont avant tout un outil pratique.

Exercice 1 : Le dé à jouer de Papa Mbuyi

Énoncé : Papa Mbuyi, à Kananga, veut fabriquer un grand dé en bois pour ses petits-enfants. Il dessine d'abord le plan. Représente ce dé, qui est un cube de 5 cm de côté, en perspective cavalière. Utilise un angle pour les fuyantes de 45° et un coefficient de réduction de 0,5.

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Dessiner la face avant** Trace un carré ABCD de 5 cm de côté sur ta feuille. C'est la face visible du dé.
2. **Étape 2 : Tracer les fuyantes** À partir des sommets A, B et D (le sommet C est souvent masqué), trace des segments de droite inclinés à 45° par rapport à l'horizontale. La longueur de ces fuyantes sera : $5\,\text{cm} \times 0,5 = 2,5\,\text{cm}$.
3. **Étape 3 : Dessiner la face arrière** Relie les extrémités des fuyantes pour former le carré arrière EFGH. Le segment [EF] doit être parallèle et de même longueur que [AB].
4. **Étape 4 : Marquer les arêtes cachées** Les arêtes qui ne sont pas visibles (celles partant du sommet C et les deux arêtes du fond) doivent être dessinées en pointillés pour finaliser le cube.

Exercice 2 : La boîte de craie de Madame Hélène

Énoncé : Madame Hélène enseigne à Kisangani. Elle veut montrer à ses élèves la forme d'une boîte de craies, qui est un pavé droit. Ses dimensions sont : Longueur = 8 cm, largeur = 6 cm et hauteur = 3 cm. Dessine cette boîte en perspective cavalière. La face de 8 cm x 3 cm est en avant. L'angle de fuite est de 30° et le coefficient est de 0,5.

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Dessiner la face avant** Trace un rectangle de 8 cm de longueur et 3 cm de hauteur. C'est la face avant de la boîte.
2. **Étape 2 : Calculer et tracer les fuyantes** La profondeur de la boîte correspond à sa largeur (6 cm). La longueur des fuyantes sera : $6\,\text{cm} \times 0,5 = 3\,\text{cm}$. Trace ces segments de 3 cm à partir des sommets visibles du rectangle avant, avec un angle de 30°.

3. **Étape 3 : Finaliser le pavé droit** Relie les extrémités des fuyantes pour former la face arrière. Trace les arêtes cachées en pointillés pour donner l'illusion complète du volume de la boîte.

1.3. Le Prisme Droit et son Développement

a. L'œil et la boîte

Même si le mot "prisme" semble venir d'un laboratoire de science, sa forme est partout autour de nous. Une brique de construction à Lubumbashi, une boîte de craie dans une école de Goma ou un morceau de sucre parfaitement coupé partagent la même structure géométrique fondamentale. Ce sont des objets familiers, concrets et utiles.

Cette forme simple cache une organisation parfaite. Ses faces, ses arêtes et ses sommets suivent des règles précises que la géométrie permet de comprendre, de nommer et de mesurer. En étudiant le prisme, nous apprenons à voir le monde avec un œil mathématique.

A. Anatomie d'un Prisme Droit

Un prisme droit est un solide géométrique (un polyèdre) qui possède des caractéristiques très précises. Il est facile à reconnaître.

Ses propriétés fondamentales sont :

- Deux bases qui sont des polygones identiques et parallèles.
- Des faces latérales qui sont toujours des rectangles.
- Une hauteur qui est la distance perpendiculaire entre les deux bases.

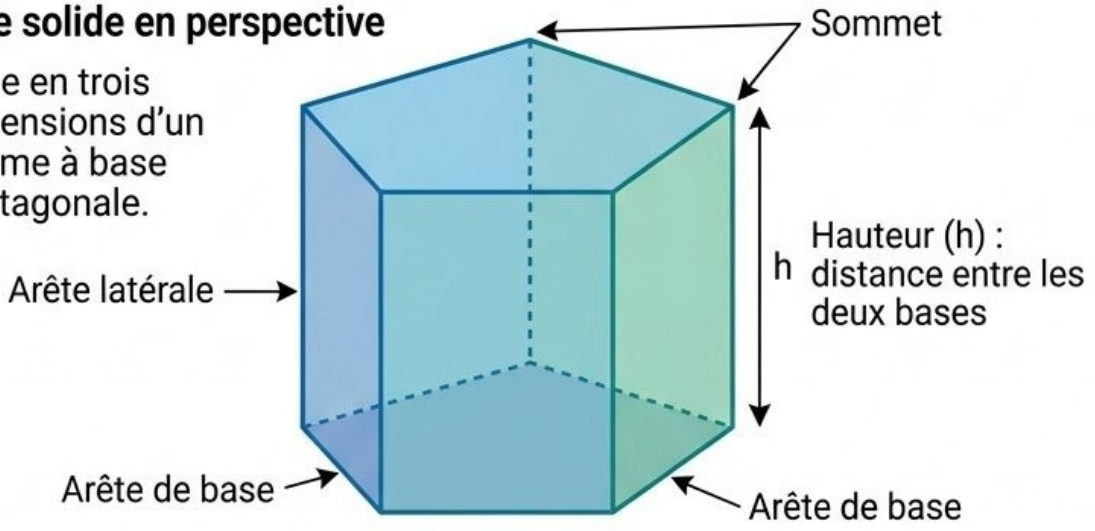
Le nom du prisme dépend de la forme de ses bases. Un prisme avec des bases triangulaires est un prisme droit à base triangulaire. Un prisme avec des bases hexagonales est un prisme droit à base hexagonale.

Figure 5 : Réf. IMG (0362-6455-9566)

Anatomie d'un prisme droit à base pentagonale et ses éléments clés

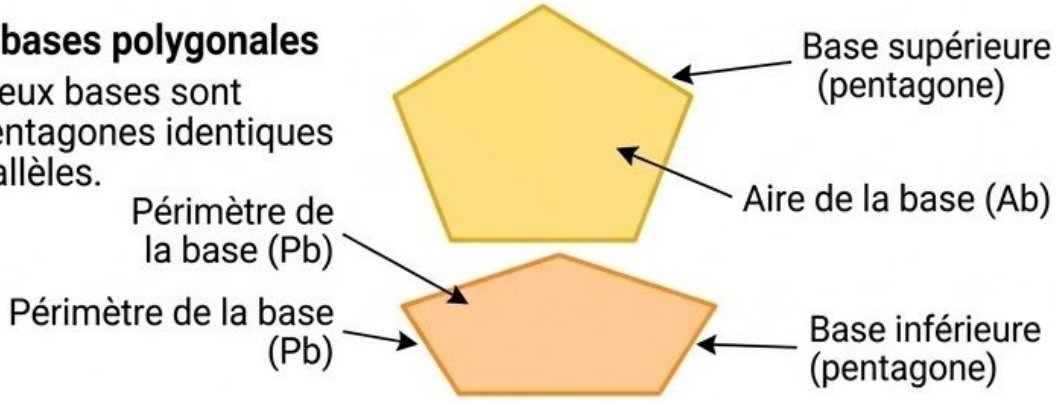
a. Le solide en perspective

- Vue en trois dimensions d'un prisme à base pentagonale.



b. Les bases polygonales

- Les deux bases sont des pentagones identiques et parallèles.



c. Les faces latérales rectangulaires

