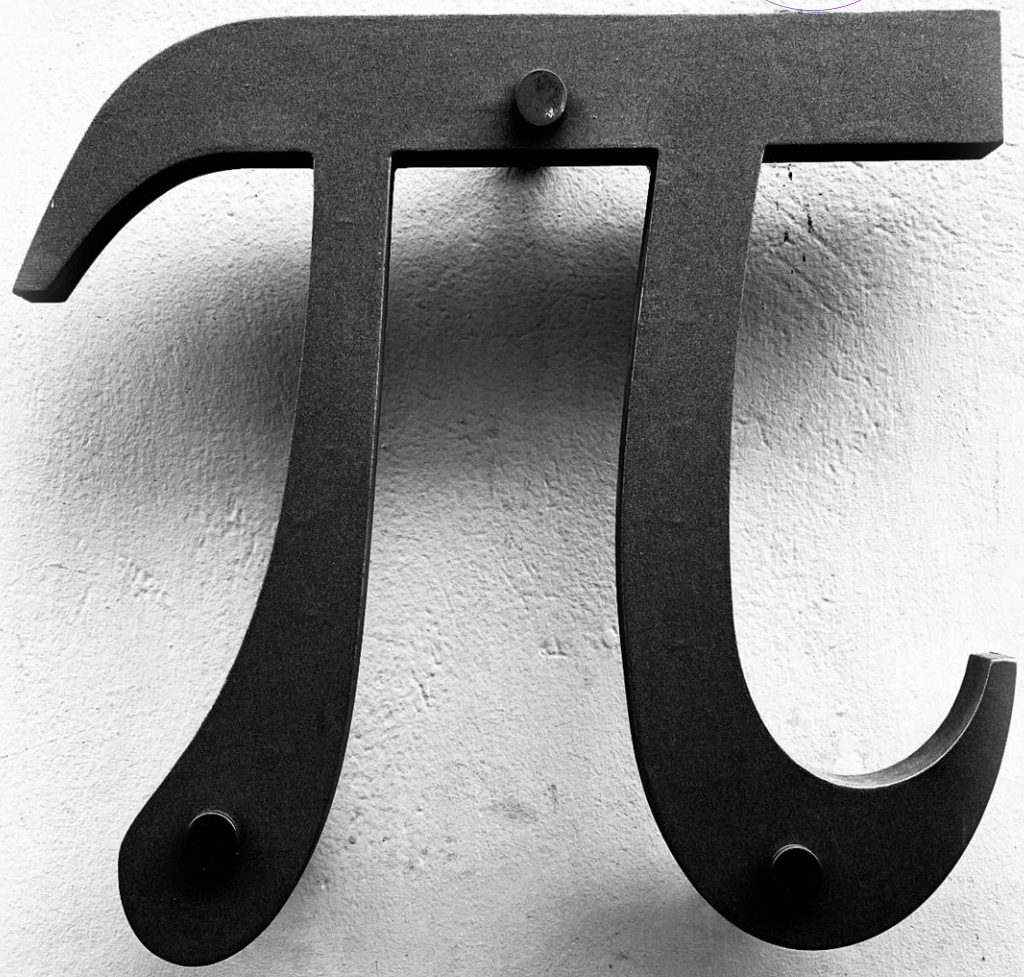
DEVERROUILLEZ LES
SECRETS DE L'UNIVERS,

LES MATHS

Une equation a la fois.



EDITION 2025

1ère Année

CONFORME AU PROGRAMME NATIONAL



TABLE DE MATIERE

Introduction Générale au Cours de Mathématiques 1
Bienvenue en Première Année des Humanités 1
Structure et Méthodologie du Manuel 1
Préliminaires : Les Bases du Raisonnement Mathématique 2
0.1. Langage et Notations Symboliques 2
- 0.1.1. L'importance de la précision terminologique 2
- 0.1.2. Les symboles fondamentaux et leur usage 2

0.2. Ensembles et Types de Nombres 3
- 0.2.1. La hiérarchie des ensembles numériques 3
- 0.2.2. La droite numérique comme support universel 3

0.3. Les Instruments de Géométrie et leur Précision 4
- 0.3.1. Règle, Équerre et Rapporteur 4
- 0.3.2. Le Compas : instrument de l'égalité 4

0.4. Méthodologie de Résolution de Problèmes 5
- 0.4.1. Lecture, analyse et modélisation 5
- 0.4.2. Vérification et interprétation des résultats 5

Chapitre 1 : Les Nombres Entiers Naturels (ℕ) 8
1.1. L'ensemble ℕ, ordre et comparaison 8
- 1.1.1. Définition et structure de l'ensemble ℕ 8
- 1.1.2. La demi-droite graduée 8
- 1.1.3. Comparaison et symboles d'ordre 8
- 1.1.4. Rangement par ordre croissant et décroissant 9

1.2. Les quatre opérations et leurs propriétés 11
- 1.2.1. L'addition dans ℕ 11
- 1.2.2. La soustraction dans ℕ 11
- 1.2.3. La multiplication dans ℕ 11
- 1.2.4. La division euclidienne 12
- 1.2.5. Priorités opératoires 12

Ressources complémentaires 14
- Questions et réponses 14
- Erreurs fréquentes 14
- Scénarios et exercices 15

1.3. Multiples, diviseurs et critères de divisibilité.....16
- 1.3.1. La relation de divisibilité.....16
- 1.3.2. Critères de divisibilité fondamentaux.....19
- 1.3.3. Nombres premiers et nombres composés.....19

1.4. Puissances à exposant entier positif.....22
- 1.4.1. Définition et notation de la puissance.....22
- 1.4.2. Propriétés opératoires des puissances.....22
- 1.4.3. Puissances de 10 et système décimal.....23

Ressources complémentaires 25
- Questions et Réponses 25
- Erreurs fréquentes 25
- Scénarios et Exercices 26

Chapitre 2 : Les Nombres Entiers Relatifs (ℤ).....28

2.1. Repérage sur une droite graduée.....28
- 2.1.1. Introduction à l'ensemble des entiers relatifs.....28
- 2.1.2. Extension de la droite graduée 28
- 2.1.3. Notion d'abscisse et de distance à zéro 28
- 2.1.4. Comparaison des nombres relatifs 29

Ressources complémentaires 31
- Questions et Réponses 31
- Erreurs fréquentes 31
- Scénarios et Exercices 32

2.2. Addition et soustraction dans ℤ 34
- 2.2.1. L'addition comme déplacement sur la droite graduée.....34
- 2.2.2. La soustraction et la transformation en addition 34

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- 2.2.3. Simplification d'écriture des sommes algébriques.....34

2.3. Multiplication et division dans ℤ.....37

- 2.3.1. La règle des signes pour la multiplication.....37
- 2.3.2. La division exacte dans ℤ.....37
- 2.3.3. Propriétés de la multiplication.....37

Ressources complémentaires.....40

- Questions et Réponses.....40
- Erreurs fréquentes.....40
- Scénarios et Exercices.....41

2.4. Résolution de problèmes concrets.....44

- 2.4.1. La démarche de modélisation mathématique.....44
- 2.4.2. Gestion des bilans financiers et dettes.....44
- 2.4.3. Analyse des altitudes et profondeurs géographiques.....44
- 2.4.4. Calcul des décalages horaires en RDC.....45

Ressources complémentaires.....47

- Questions et Réponses.....47
- Erreurs fréquentes.....47
- Scénarios et Exercices.....48

Chapitre 3 : Les Nombres Décimaux Relatifs (𝔻).....52

3.1. Définition et représentations.....52

- 3.1.1. Nature et origine des nombres décimaux.....52
- 3.1.2. Écriture décimale et valeur de position.....52
- 3.1.3. Passage de l'écriture fractionnaire à l'écriture à virgule.....53
- 3.1.4. Repérage et densité sur la droite graduée.....53

3.2. Opérations sur les décimaux relatifs.....55

- 3.2.1. Addition et soustraction des décimaux.....55
- 3.2.2. Multiplication des décimaux relatifs.....55
- 3.2.3. Division des décimaux relatifs.....55
- 3.2.4. Multiplication et division par les puissances de 10.....56

Ressources complémentaires 58
- Questions et Réponses 58
- Erreurs fréquentes 58
- Scénarios et Exercices 59

3.3. Ordre de grandeur et arrondis 60
- 3.3.1. L'estimation par l'ordre de grandeur 60
- 3.3.2. La technique de l'arrondi décimal 61

3.4. Valeur exacte et valeur approchée 63
- 3.4.1. Distinction entre exactitude et approximation 63
- 3.4.2. Troncature et encadrement 63

Ressources complémentaires 65
- Questions et Réponses 65
- Erreurs fréquentes 65
- Scénarios et Exercices 66

Chapitre 4 : Les Nombres Rationnels (ℚ) 69

4.1. L'écriture fractionnaire 69
- 4.1.1. Définition et origine du nombre rationnel 69
- 4.1.2. Vocabulaire et structure de la fraction 69
- 4.1.3. Les fractions équivalentes 69

4.2. Simplification et comparaison de fractions 72
- 4.2.1. Technique de simplification et fraction irréductible 72
- 4.2.2. Méthode de réduction au même dénominateur 72
- 4.2.3. Comparaison à l'unité et produits en croix 72

Ressources complémentaires 75
- Questions et Réponses 75
- Erreurs fréquentes 75
- Scénarios et Exercices 76

4.3. Opérations sur les nombres rationnels 78
- 4.3.1. Addition et soustraction de nombres rationnels 78

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- 4.3.2. Multiplication des nombres rationnels.....78
- 4.3.3. Division et notion d'inverse.....79

4.4. Problèmes de partages et de proportions 81

- 4.4.1. Modélisation du partage de ressources.....81
- 4.4.2. Analyse des proportions et populations 81
- 4.4.3. Ajustement de recettes et de mélanges 81
- Questions et Réponses 84
- Erreurs fréquentes 84
- Scénarios et Exercices 85

Chapitre 5 : Éléments Fondamentaux de la Géométrie du Plan 91

5.1. Point, droite, segment et demi-droite.....91

- 5.1.1. Le point : l'unité élémentaire de la géométrie.....91
- 5.1.2. La droite : un ensemble infini et rectiligne.....91
- 5.1.3. Le segment et la demi-droite : des portions de droite 91
- 5.1.4. Appartenance et alignement de points 92

5.2. Positions relatives de deux droites 94

- 5.2.1. Les droites sécantes et le point d'intersection 94
- 5.2.2. Les droites parallèles 94
- 5.2.3. Les droites perpendiculaires 94
- 5.2.4. Les droites confondues 94

Ressources complémentaires 96

- Questions et Réponses 96
- Erreurs fréquentes 96
- Scénarios et Exercices 97

5.3. Le cercle : définition et vocabulaire.....99

- 5.3.1. Définition géométrique du cercle 99
- 5.3.2. Éléments constitutifs du cercle 99

5.4. Constructions géométriques élémentaires 102

- 5.4.1. Reporter une longueur au compas.....102

- 5.4.2. La médiatrice d'un segment 102
- 5.4.3. La bissectrice d'un angle 102

Ressources complémentaires 104

- Questions et Réponses 104
- Erreurs fréquentes 104
- Scénarios et Exercices 105

Chapitre 6 : Les Angles 108

6.1. Définition, notation et mesure 108

- 6.1.1. Nature géométrique de l'angle 108
- 6.1.2. Conventions de notation 108
- 6.1.3. L'unité et l'instrument de mesure 108

6.2. Classification des angles 110

- 6.2.1. Les angles de référence 110
- 6.2.2. Les angles aigus et obtus 110

Ressources complémentaires 112

- Questions et Réponses 112
- Erreurs fréquentes 112
- Scénarios et Exercices 113

6.3. Relations entre les angles 114

- 6.3.1. Angles adjacents 114
- 6.3.2. Angles complémentaires et supplémentaires 115
- 6.3.3. Angles opposés par le sommet 115

6.4. Angles et parallélisme 117

- 6.4.1. Vocabulaire des angles formés par une sécante 117
- 6.4.2. Propriétés des droites parallèles 117

Ressources complémentaires 119

- Questions et Réponses 119
- Erreurs fréquentes 119
- Scénarios et Exercices 120

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Chapitre 7 : Les Triangles 123
7.1. Définition, classification et construction 123
- 7.1.1. Définition et éléments constitutifs 123
- 7.1.2. Classification selon la nature des côtés 125
- 7.1.3. Classification selon la nature des angles 125
- 7.1.4. Techniques de construction géométrique 126

7.2. L'inégalité triangulaire 128
- 7.2.1. Énoncé et principe fondamental 128
- 7.2.2. Application pratique et vérification 128

Ressources complémentaires 131
- Questions et Réponses 131
- Erreurs fréquentes 131
- Scénarios et Exercices 132

7.3. Somme des angles d'un triangle 133
- 7.3.1. La propriété fondamentale de la somme angulaire 133
- 7.3.2. Calcul d'un angle inconnu 134

7.4. Droites remarquables dans un triangle 136
- 7.4.1. Les médiatrices et le cercle circonscrit 136
- 7.4.2. Les bissectrices et le cercle inscrit 136
- 7.4.3. Les médianes et le centre de gravité 136
- 7.4.4. Les hauteurs et l'orthocentre 137

Ressources complémentaires 139
- Questions et Réponses 139
- Erreurs fréquentes 139
- Scénarios et Exercices 140

Chapitre 8 : Les Quadrilatères et les Polygones 142
8.1. Définitions et vocabulaire des polygones 142
- 8.1.1. Nature géométrique du polygone 142
- 8.1.2. Éléments fondamentaux et terminologie 142

- 8.1.3. Distinction entre polygone convexe et non convexe 142
- 8.1.4. Propriétés spécifiques du quadrilatère 143

8.2. Les parallélogrammes 145

- 8.2.1. Définition et structure du parallélogramme 145
- 8.2.2. Propriétés des côtés et des angles 145
- 8.2.3. Propriétés des diagonales 145
- 8.2.4. Techniques de construction et identification 146

Ressources complémentaires 148

- Questions et Réponses 148
- Erreurs fréquentes 148
- Scénarios et Exercices 149

8.3. Les quadrilatères particuliers 152

- 8.3.1. Le rectangle : le parallélogramme aux angles droits 152
- 8.3.2. Le losange : le parallélogramme aux côtés égaux 152
- 8.3.3. Le carré : la synthèse de la perfection 152
- 8.3.4. Les trapèzes : l'exception au parallélisme total 153

8.4. Calcul de périmètres 155

- 8.4.1. Définition universelle du périmètre 155
- 8.4.2. Formules spécifiques pour les quadrilatères usuels 155
- 8.4.3. Application pratique : la clôture et l'arpentage 156

Ressources complémentaires 158

- Questions et Réponses 158
- Erreurs fréquentes 158
- Scénarios et Exercices 159

Chapitre 9 : Symétries et Transformations du Plan 162

9.1. La symétrie axiale (par rapport à une droite) 162

- 9.1.1. Définition et concept du miroir géométrique 162
- 9.1.2. Propriétés de conservation de la symétrie axiale 162
- 9.1.3. Construction du symétrique d'une figure 163

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

9.2. La symétrie centrale (par rapport à un point) 165
- 9.2.1. Définition et concept du demi-tour.....165
- 9.2.2. Propriétés et effets sur les figures.....165
- 9.2.3. Centres de symétrie des figures usuelles.....165

Ressources complémentaires 167
- Questions et Réponses 167
- Erreurs fréquentes 167
- Scénarios et Exercices 168

9.3. Axes et centres de symétrie des figures usuelles 171
- 9.3.1. Symétries dans les figures linéaires et angulaires.....171
- 9.3.2. Analyse des polygones réguliers et particuliers 171
- 9.3.3. La symétrie infinie du cercle 171

9.4. Propriétés de conservation 174
- 9.4.1. La nature isométrique des transformations.....174
- 9.4.2. Conservation de l'alignement et des longueurs 174
- 9.4.3. Conservation des angles et des aires 174

Ressources complémentaires 176
- Questions et Réponses 176
- Erreurs fréquentes 176
- Scénarios et Exercices 177

Chapitre 10 : La Proportionnalité 182

10.1. Reconnaître une situation de proportionnalité.....182
- 10.1.1. Définition et principe fondamental 182
- 10.1.2. Utilisation du tableau de proportionnalité 182

10.2. Le coefficient de proportionnalité et la « règle de trois » 184
- 10.2.1. Le coefficient de proportionnalité.....184
- 10.2.2. Les méthodes de résolution : passage à l'unité et règle de trois 184
- Questions et Réponses 187

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- Erreurs fréquentes 187
- Scénarios et Exercices 188

10.3. Les pourcentages.....191
- 10.3.1. Définition et lien avec la proportionnalité.....191
- 10.3.2. Appliquer un pourcentage à une grandeur.....191
- 10.3.3. Calculer un taux de pourcentage.....192

10.4. L'échelle.....194
- 10.4.1. Concept et utilité de l'échelle 194
- 10.4.2. Calculer une distance réelle 194
- 10.4.3. Réalisation d'un plan à l'échelle 194

Ressources complémentaires 197
- Questions et Réponses 197
- Erreurs fréquentes 197
- Scénarios et Exercices 198

ANNEXES..... a

ANNEXES..... a

Chapitre 11 : Initiation à la Statistique..... i

11.1. Vocabulaire et collecte des données..... i
- 11.1.1. Les fondements de l'étude statistique i
- 11.1.2. Caractères qualitatifs et quantitatifs i

11.2. Organisation des données : tableaux d'effectifs ii
- 11.2.1. Du dépouillement au tableau d'effectifs.....ii
- 11.2.2. La notion de fréquence ii

11.3. Représentations graphiques ii
- 11.3.1. Le diagramme en bâtons.....ii
- 11.3.2. Le diagramme circulaire et semi-circulaire iii

11.4. Calcul de la moyenne.....iii
- 11.4.1. La moyenne arithmétique simple iii
- 11.4.2. La moyenne pondérée.....iii

Ressources complémentaires iv

- Questions et Réponses iv
- Erreurs fréquentes v
- Scénarios et Exercices v

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590



Conforme au Programme national

Introduction Générale au Cours de Mathématiques

Bienvenue en Première Année des Humanités

L'entrée en première année des Humanités en République Démocratique du Congo marque une étape décisive dans votre parcours scolaire. Ce manuel a été conçu pour accompagner l'élève vers l'abstraction et offrir à l'enseignant un support rigoureux, conforme au programme national de l'enseignement secondaire. Les mathématiques ne sont pas qu'une suite de chiffres ; elles constituent un langage universel indispensable pour modéliser notre réalité, qu'il s'agisse de gérer les ressources minières du Grand Katanga ou de planifier les infrastructures urbaines de Kinshasa.

L'objectif de ce cours est de transformer votre intuition en un raisonnement logique structuré. Vous apprendrez que chaque concept, de l'arithmétique à la géométrie, est un outil de précision destiné à résoudre des problèmes concrets. La rigueur que vous développerez ici sera le socle de vos futures compétences en sciences exactes, en économie et en technologie.

Structure et Méthodologie du Manuel

Ce manuel adopte une progression spiralaire où chaque notion nouvelle s'appuie sur les acquis précédents. L'architecture des chapitres respecte une logique didactique stricte : définition axiomatique, démonstration des propriétés, et mise en situation pratique dans le contexte socio-économique congolais.

Pour l'enseignant, ce support facilite la gestion de la classe en proposant des séquences claires et des objectifs pédagogiques mesurables. Pour l'élève, il offre une clarté cognitive maximale en bannissant le jargon inutile au profit de la précision scientifique. La réussite dans cette discipline repose sur la régularité de l'effort et la curiosité intellectuelle.

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Préliminaires : Les Bases du Raisonnement Mathématique

0.1. Langage et Notations Symboliques

0.1.1. L'importance de la précision terminologique

En mathématiques, chaque mot possède un sens unique et non ambigu. Contrairement au langage courant où un terme peut avoir plusieurs interprétations, le vocabulaire mathématique est normé. Utiliser le mot "droite" à la place de "segment", ou "chiffre" à la place de "nombre", constitue une erreur de précision qui peut fausser tout un raisonnement. L'élève doit s'efforcer, dès le début de l'année, d'adopter cette littéralité clinique qui caractérise les sciences exactes.

Cette rigueur s'étend à l'écriture. Un symbole mal placé ou une parenthèse oubliée change radicalement la valeur d'une expression. La clarté de la calligraphie sur le cahier est le reflet de la clarté de la pensée. Un raisonnement mathématique est une démonstration où chaque étape doit être justifiée par une règle, une définition ou un théorème précédemment établi.

0.1.2. Les symboles fondamentaux et leur usage

Le passage du français aux symboles mathématiques est une forme de traduction. Cette symbolique permet de condenser des idées complexes en expressions brèves et universelles. L'élève doit maîtriser les connecteurs logiques de base pour structurer sa pensée.

- Le symbole $=$ (égal) indique une identité absolue de valeur.
- Le symbole $\approx$ (approximativement égal) est réservé aux arrondis et aux mesures physiques.
- Les symboles d'ordre $(<, >, \leq, \geq)$ permettent de hiérarchiser les grandeurs.
- Le symbole $\in$ (appartient à) définit la relation entre un élément et un ensemble.
- Le symbole $\Longrightarrow$ (implique que) marque le passage logique d'une étape à la suivante dans une démonstration.

L'usage correct de ces symboles permet de réduire la charge mentale lors de la résolution de problèmes longs, comme ceux liés à la gestion budgétaire ou à l'arpentage foncier dans nos provinces.

0.2. Ensembles et Types de Nombres

0.2.1. La hiérarchie des ensembles numériques

Les mathématiques ont évolué pour répondre à des besoins croissants de complexité. L'élève de première année des Humanités doit comprendre que les nombres sont classés dans des "familles" appelées ensembles, s'emboîtant les unes dans les autres comme des poupées russes. Cette organisation hiérarchique est le fondement de l'algèbre.

- **L'ensemble $\mathbb{N}$ (Entiers Naturels)** : C'est l'ensemble de base $\{0,1,2,3,\ldots\}$, utilisé pour compter des objets entiers et positifs. C'est l'outil du commerçant qui compte ses sacs de maïs à Kananga.
- **L'ensemble $\mathbb{Z}$ (Entiers Relatifs)** : Il ajoute les nombres négatifs aux entiers naturels. Il permet de modéliser les dettes ou les profondeurs sous le niveau du fleuve Congo.
- **L'ensemble $\mathbb{D}$ (Nombres Décimaux)** : Il introduit la virgule pour les mesures de précision (température, monnaie). Ce sont les nombres qui peuvent s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.
- **L'ensemble $\mathbb{Q}$ (Nombres Rationnels)** : C'est l'ensemble de tous les nombres pouvant s'écrire sous forme de fraction. Il permet de traiter tous les problèmes de partage équitable.

0.2.2. La droite numérique comme support universel

Toutes ces familles de nombres peuvent être représentées sur une droite graduée infinie. L'origine, le point 0, sépare le monde des positifs du monde des négatifs. Cette représentation visuelle est essentielle pour comprendre la comparaison des nombres. Sur cette droite, un nombre est d'autant plus grand qu'il est situé vers la droite.

L'élève apprend ainsi que -1 est supérieur à -100, car il est plus proche de l'origine. Cette intuition spatiale est le pont entre l'arithmétique (le calcul) et la géométrie (la forme). Elle permet de visualiser des concepts abstraits comme la distance à zéro ou l'opposé d'un nombre, facilitant ainsi l'assimilation

des opérations fondamentales qui seront développées dans les chapitres suivants.

0.3. Les Instruments de Géométrie et leur Précision

0.3.1. Règle, Équerre et Rapporteur

La géométrie n'est pas qu'une question de dessin, c'est une science de la mesure. Chaque instrument possède une fonction spécifique qu'il faut respecter pour garantir l'exactitude des figures. La règle graduée sert à mesurer des distances et à tracer des segments. L'équerre est l'outil exclusif de la perpendicularité, permettant de construire des angles droits de $90°$, essentiels pour la stabilité des bâtiments.

Le rapporteur, quant à lui, mesure l'ouverture des angles en degrés. L'enseignant doit insister sur la position du centre du rapporteur sur le sommet de l'angle. Une erreur d'un seul degré dans le tracé d'un plan peut entraîner un décalage de plusieurs mètres sur un chantier de construction réel. La précision de l'instrument est inutile si la main de l'élève n'est pas guidée par une méthode rigoureuse.

0.3.2. Le Compas : instrument de l'égalité

Le compas est sans doute l'instrument le plus puissant du géomètre. Au-delà du simple tracé de cercles, il sert à reporter des longueurs avec une fidélité absolue, bien supérieure à celle de la règle. Il permet de construire des médiatrices et des bissectrices par pure logique géométrique, sans calcul numérique.

L'élève doit apprendre à manipuler le compas sans modifier son écartement durant une opération. Cette stabilité mécanique est la garantie que les rayons tracés sont tous identiques, respectant ainsi la définition même du cercle ou de l'équidistance. La maîtrise du compas prépare l'élève à comprendre les concepts de symétrie et de rotation qui seront cruciaux pour l'étude des transformations du plan.

0.4. Méthodologie de Résolution de Problèmes

0.4.1. Lecture, analyse et modélisation

Face à un problème mathématique, l'élève ne doit pas se précipiter sur les calculs. La première étape est une lecture analytique visant à identifier l'inconnue (ce que l'on cherche) et les données utiles (ce que l'on sait). Trop souvent, les erreurs proviennent d'une mauvaise interprétation de l'énoncé plutôt que d'une défaillance de calcul.

La modélisation consiste à traduire l'histoire racontée dans l'énoncé en une expression mathématique. Si un commerçant achète x articles à un prix y, le coût total est le produit $x \times y$. Cette capacité à extraire la structure numérique d'une situation réelle est le cœur de la compétence mathématique. Elle exige de l'élève une réflexion critique et une abstraction de la situation concrète.

0.4.2. Vérification et interprétation des résultats

Un résultat mathématique n'a de sens que s'il est plausible. L'élève doit systématiquement confronter son chiffre à la réalité du problème. Si le calcul d'un âge donne un résultat négatif ou si le prix d'un pain est de deux millions de francs, il y a manifestement une erreur de raisonnement ou de calcul.

L'interprétation finale consiste à rédiger une phrase de réponse claire, incluant les unités de mesure appropriées. Les mathématiques servent à communiquer une vérité sur le monde. Un nombre seul est muet ; accompagné de son unité (francs, mètres, litres, %), il devient une information exploitable par l'enseignant, le parent ou l'employeur. Cette rigueur dans la conclusion clôt le cycle du raisonnement logique.

Éditions Donel C.
Direction Éditoriale et Conception Générale :
MURHULA BAZIKANGE M.
Pour contacts, mon site web :
https://murhulabazikange.com/

© 2025, Donel Consulting, Kin. RDC
Tous droits réservés.

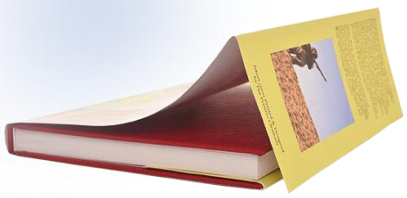
Pour l'excellence de l'éducation en RDC,
Tous les manuels scolaires en un seul endroit,
sur ce site web :
https://manuels-scolaires-rdc.com/

Pour plus de détails, scannez ceci :

PARTIE I

Activités Numériques 🧮

Cette partie inaugurale du programme vise à étendre et à structurer l'univers numérique de l'élève. En partant des nombres entiers naturels, elle introduit progressivement les nombres relatifs (positifs et négatifs) et les nombres rationnels (fractions), construisant ainsi les ensembles $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{D}$ et $\mathbb{Q}$.
L'objectif est de permettre à l'élève de comprendre la nécessité de chaque nouvel ensemble de nombres pour résoudre des problèmes que le précédent ne pouvait traiter. Une attention particulière est accordée à la maîtrise des techniques opératoires, au respect des priorités de calcul et à la capacité de choisir la représentation numérique la plus adaptée à une situation donnée.
Ces compétences arithmétiques constituent le fondement sur lequel reposeront l'algèbre et l'analyse.



Chapitre 1 : Les Nombres Entiers Naturels ($\mathbb{N}$)

1.1. L'ensemble $\mathbb{N}$, ordre et comparaison

1.1.1. Définition et structure de l'ensemble $\mathbb{N}$

L'ensemble des nombres entiers naturels se compose de tous les nombres qui permettent de compter des objets ou des êtres vivants de manière entière et positive. On note cet ensemble par la lettre majuscule $\mathbb{N}$. Le premier élément de cet ensemble est le chiffre zéro, représenté par le symbole 0. Chaque nombre entier possède un successeur unique, obtenu en ajoutant l'unité 1 au nombre précédent. Cette structure garantit que l'ensemble $\mathbb{N}$ est infini, car il est toujours possible de calculer le successeur d'un nombre donné.

L'écriture de cet ensemble se présente de la manière suivante :

- $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,\dots\}$

Dans cet ensemble, nous distinguons également l'ensemble des entiers naturels non nuls. Il contient tous les éléments de $\mathbb{N}$ à l'exception de zéro. On le note avec un astérisque :

- $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,4,5,\dots\}$

1.1.2. La demi-droite graduée

La visualisation des nombres entiers naturels s'effectue sur une demi-droite graduée. Cette construction géométrique nécessite un point d'origine, souvent noté O, qui correspond au nombre 0. On choisit ensuite une unité de longueur constante pour marquer des graduations régulières vers la droite. Chaque point marqué sur la droite correspond à un entier naturel unique, appelé l'abscisse du point.

La disposition des nombres sur cette droite suit un ordre croissant de la gauche vers la droite. Cette représentation permet de visualiser immédiatement la position relative de deux nombres. Un nombre situé à droite d'un autre sur la graduation est obligatoirement plus grand que celui-ci.

1.1.3. Comparaison et symboles d'ordre

La comparaison de deux entiers naturels consiste à déterminer lequel possède la plus grande valeur ou si les deux valeurs sont identiques. Cette opération utilise des symboles mathématiques précis pour traduire les relations d'ordre.

Les symboles fondamentaux sont les suivants :

- $=$: signifie "égal à".
- $\neq$: signifie "différent de".
- $<$: signifie "strictement inférieur à".
- $>$: signifie "strictement supérieur à".
- $\leq$: signifie "inférieur ou égal à".
- $\geq$: signifie "supérieur ou égal à".

Pour comparer deux nombres de longueurs différentes, le nombre possédant le plus grand nombre de chiffres est le plus grand. Par exemple, le nombre 10 est supérieur à 9. Lorsque deux nombres possèdent le même nombre de chiffres, la comparaison débute par le chiffre le plus à gauche. Si ces chiffres sont identiques, la comparaison se poursuit avec le chiffre suivant vers la droite jusqu'à l'identification d'une différence.

1.1.4. Rangement par ordre croissant et décroissant

Le rangement des nombres entiers naturels s'organise selon deux méthodes principales. L'ordre croissant dispose les nombres du plus petit au plus grand. On utilise alors le symbole $<$ entre chaque nombre de la série. À l'inverse, l'ordre décroissant dispose les nombres du plus grand au plus petit en utilisant le symbole $>$.

L'application de ces principes est essentielle pour l'analyse des données géographiques et démographiques de la République Démocratique du Congo. Le classement des provinces par superficie ou la hiérarchisation des centres urbains selon leur densité de population repose exclusivement sur la maîtrise des relations d'ordre dans $\mathbb{N}$.

Comparaison des populations urbaines en RDC

Pour illustrer la comparaison dans $\mathbb{N}$, nous observons les estimations de population pour trois grandes villes : Kinshasa ($17\ 000\ 000$ d'habitants), Lubumbashi ($2\ 800\ 000$ d'habitants) et Mbuji-Mayi ($2\ 700\ 000$ d'habitants).

L'analyse des chiffres montre que :

- $17\ 000\ 000 > 2\ 800\ 000$
- $2\ 800\ 000 > 2\ 700\ 000$

Le rangement par ordre croissant de ces populations s'écrit :

- $2\ 700\ 000 < 2\ 800\ 000 < 17\ 000\ 000$

CHAPITRE 1 : LES NOMBRES ENTIERS NATURELS (ℕ)

1.1. L'ensemble ℕ, ordre et comparaison



$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots, n, n+1, \ldots\}$$

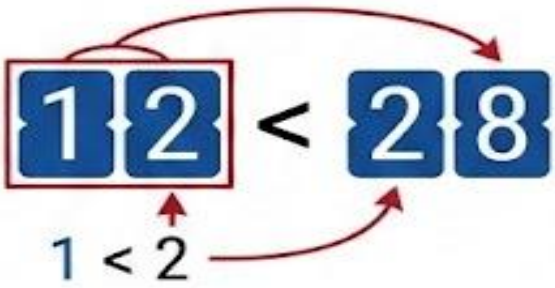
$n+1$: Successeur

$$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\} = \{1, 2, 3, \ldots\}$$

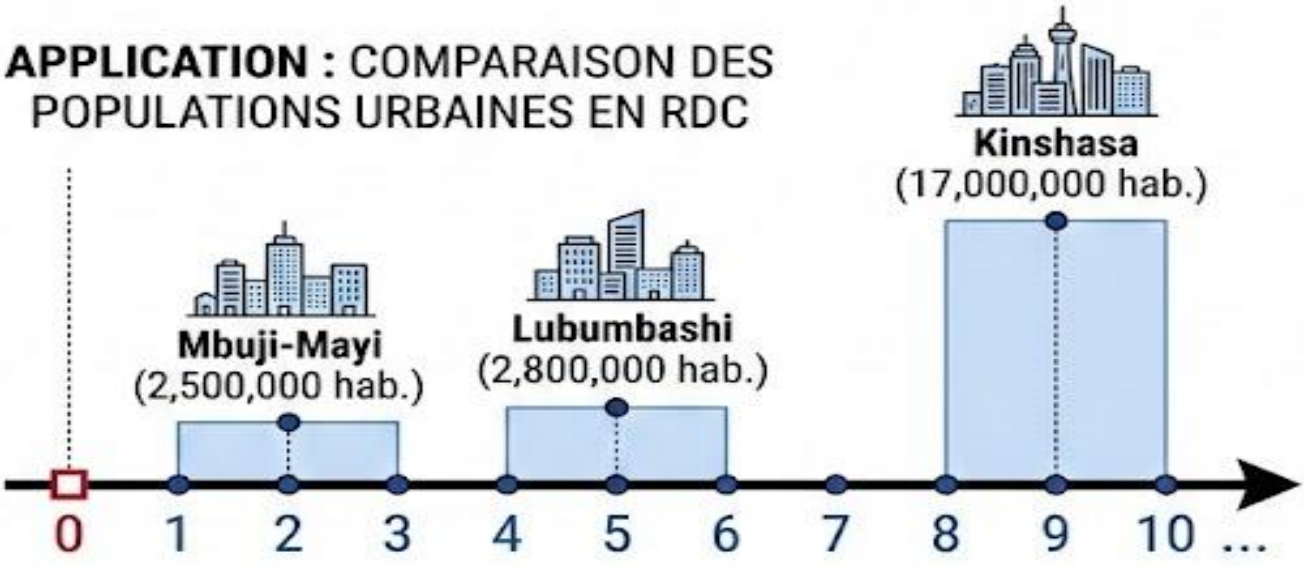
La demi-droite graduée



=	Égal à
<	Strictement inférieur à
>	Strictement supérieur à
≤	Inférieur ou égal à
≥	Supérieur ou égal à



APPLICATION : COMPARAISON DES POPULATIONS URBAINES EN RDC



Rangement par ordre croissant : 2,500,000 < 2,800,000 < 17,000,000

1.2. Les quatre opérations et leurs propriétés

1.2.1. L'addition dans $\mathbb{N}$

L'addition est l'opération qui permet de calculer la somme de deux ou plusieurs nombres appelés les termes. Cette opération possède des propriétés qui facilitent le calcul mental et la simplification des expressions mathématiques.

La commutativité permet de modifier l'ordre des termes sans changer la somme. Pour tous entiers naturels a et b :

- $a + b = b + a$

L'associativité permet de regrouper les termes de différentes manières à l'aide de parenthèses sans modifier le résultat final. Pour tous entiers naturels a, b et c :

- $(a + b) + c = a + (b + c)$

Le nombre 0 est l'élément neutre de l'addition. L'ajouter à un nombre ne modifie pas la valeur de ce dernier :

- $a + 0 = a$

1.2.2. La soustraction dans $\mathbb{N}$

La soustraction est l'opération inverse de l'addition. Elle consiste à calculer la différence entre deux nombres : le diminuende et le diminuteur. Dans l'ensemble $\mathbb{N}$, la soustraction est possible uniquement si le diminuende est supérieur ou égal au diminuteur.

Contrairement à l'addition, la soustraction ne possède ni la propriété de commutativité, ni celle d'associativité. L'ordre des nombres est donc primordial pour obtenir un résultat correct. Le résultat d'une soustraction diminue si la valeur retranchée augmente.

1.2.3. La multiplication dans $\mathbb{N}$

La multiplication permet de calculer le produit de deux ou plusieurs nombres appelés facteurs. Elle représente l'addition répétée d'un même nombre.

La multiplication partage les propriétés de commutativité et d'associativité avec l'addition :

- $a \times b = b \times a$
- $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

Le nombre 1 est l'élément neutre de la multiplication. Tout nombre multiplié par 1 conserve sa valeur initiale :

- $a \times 1 = a$

Le nombre 0 est l'élément absorbant. Tout produit comportant le facteur 0 est égal à 0 :

- $a \times 0 = 0$

La distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction est une propriété majeure pour le calcul algébrique :

- $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$
- $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$ (sous réserve que $b \geq c$)

1.2.4. La division euclidienne

La division euclidienne dans $\mathbb{N}$ consiste à répartir une quantité appelée dividende (D) en un nombre de parts égales défini par le diviseur (d). Le résultat entier est le quotient (q), et la quantité restante est le reste (r).

La relation fondamentale de la division euclidienne s'énonce ainsi :

- $D = (d \times q) + r$

Une condition stricte définit la validité de cette opération : le reste doit toujours être strictement inférieur au diviseur.

- $0 \leq r < d$

Si le reste est égal à zéro, on dit que le dividende est divisible par le diviseur. Dans ce cas, $D = d \times q$. La division par zéro est une opération impossible en mathématiques.

1.2.5. Priorités opératoires

Lorsqu'une expression mathématique comporte plusieurs opérations différentes, il est impératif de respecter un ordre précis pour garantir l'exactitude du résultat. Les règles de priorité s'appliquent de la manière suivante :

1. Les calculs situés à l'intérieur des parenthèses sont prioritaires. En cas de parenthèses imbriquées, le calcul débute par les parenthèses les plus internes.
2. Les multiplications et les divisions s'effectuent avant les additions et les soustractions. Elles possèdent le même niveau de priorité.
3. Si une expression ne comporte que des additions et des soustractions (ou uniquement des multiplications et des divisions), les calculs s'effectuent de la gauche vers la droite.

L'application rigoureuse de ces priorités évite les erreurs de modélisation lors de la résolution de problèmes complexes liés à la gestion des ressources ou à la comptabilité.