

LES MATHS

EDITION 2025

2è Année

CONFORME AU PROGRAMME NATIONAL

Le monde
à travers le prisme des mathématiques.



TABLE DE MATIERE

Introduction 1
Un manuel conçu pour la réussite des élèves congolais 1
Une approche pédagogique progressive et contextualisée 1
Une double adresse : élèves et enseignants 2
Un contenu mathématique exigeant et complet 2
Un instrument de développement intellectuel 2
Mode d'emploi pour l'élève 3
Vers l'excellence mathématique congolaise 3
Chapitre 1 : Nombres Rationnels et Calculs Approfondis 7
1.1. Opérations et enchaînements dans ℚ 7
- 1.1.1. Gestion des parenthèses et des signes 7

1.2. Inverse d'un nombre et quotient de rationnels 9
- 1.2.1. Propriétés de l'inverse 9

1.3. Expressions numériques et calcul stratégique 11
- 1.3.1. Organisation et vérification 11

1.4. Problèmes de synthèse et modélisation 11
- 1.4.1. Méthodologie de résolution 12

1.5. Ressources complémentaires 12
- 1.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 12
- 1.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 13
- 1.5.3. Scénarios et Exercices 14

Chapitre 2 : Puissances et Racines Carrées 22
2.1. Puissances d'exposant entier relatif 22
- 2.1.1. Conventions et cas particuliers 22

2.2. Notation scientifique des nombres 24
- 2.2.2. Ordre de grandeur 24

2.3. Racine carrée : définition et propriétés 26
- 2.3.1. Résolution d'équations de type $x2 = a$ 26

2.4. Calculs avec des radicaux 28
- 2.4.1. Simplification avancée 28

2.5. Ressources complémentaires 28
- 2.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 28

- 2.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 29
- 2.5.3. Scénarios et Exercices 30

Chapitre 3 : Le Calcul Littéral 38

3.1. Expressions littérales : réduction et évaluation 38

- 3.1.1. Conventions d'écriture et simplification 38
- 3.1.2. La réduction des termes semblables 38
- 3.1.3. L'évaluation numérique par substitution 39

3.2. Développement d'expressions algébriques 41

- 3.2.1. La distributivité simple 41
- 3.2.2. La double distributivité 41
- 3.2.3. Suppression de parenthèses précédées d'un signe 41

3.3. Factorisation par mise en évidence d'un facteur commun 43

- 3.3.1. Identification du facteur commun 43
- 3.3.2. La procédure de factorisation 43

3.4. Les identités remarquables 45

- 3.4.1. Le carré d'une somme 45
- 3.4.2. Le carré d'une différence 45
- 3.4.3. Le produit d'une somme par une différence 45

3.5. Ressources complémentaires 47

- 3.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 47
- 3.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 48
- 3.5.3. Scénarios et Exercices 48

Chapitre 4 : Équations du Premier Degré à une Inconnue 56

4.1. Égalité, équation et solution 56

4.2. Les principes de résolution 56

- 4.2.1. Principe additif 56
- 4.2.2. Principe multiplicatif 57

4.3. Résolution d'équations-types 57

- 4.3.1. L'algorithme de résolution 57
- 4.3.2. Cas particuliers 57

4.4. La mise en équation d'un problème 59

- 4.4.1. Méthodologie en quatre étapes 59

4.5. Ressources complémentaires 61

- 4.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 61
- 4.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 61
- 4.5.3. Scénarios et Exercices 62

Chapitre 5 : Le Théorème de Pythagore 72

5.1. Énoncé du théorème dans un triangle rectangle 72

- 5.1.1. Formulation précise du théorème 72
- 5.1.2. Démonstrations géométriques par découpage 74
- 5.1.3. Notation algébrique et identification des termes 74

5.2. Calcul de longueur à l'aide du théorème 76

- 5.2.1. Calcul de l'hypoténuse 76
- 5.2.2. Calcul d'un côté de l'angle droit 78
- 5.2.3. Utilisation de la calculatrice pour les racines carrées 78

5.3. La réciproque du théorème de Pythagore 80

- 5.3.1. Énoncé précis de la réciproque 80
- 5.3.2. Méthode de rédaction rigoureuse 82
- 5.3.3. Démonstration de non-rectangularité 82
- 5.3.4. Application pratique à la vérification d'équerrage 83

5.4. Applications et situations-problèmes 85

- 5.4.1. Diagonale d'un rectangle 85
- 5.4.2. Diagonale d'un carré 85
- 5.4.3. Hauteur d'un triangle isocèle 86
- 5.4.4. Distances dans l'espace et projections 87

5.5. Ressources complémentaires 87

- 5.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 87
- 5.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 89
- 5.5.3. Scénarios et Exercices 91

Chapitre 6 : Le Théorème de Thalès 97

6.1. Configurations de Thalès et énoncé 97

- 6.1.1. Éléments géométriques de base 97
- 6.1.2. Configuration emboîtée 99
- 6.1.3. Configuration papillon 99
- 6.1.4. Énoncé du théorème de Thalès 100

6.2. Calcul de longueurs à l'aide du théorème 102

- 6.2.1. Identification des segments correspondants....102
- 6.2.2. Écriture de l'égalité des rapports....104
- 6.2.3. Résolution par produits en croix....104
- 6.2.4. Application à l'estimation de hauteurs inaccessibles....105

6.3. La réciproque du théorème de Thalès....107

- 6.3.1. Énoncé de la réciproque....107
- 6.3.2. Vérification de l'égalité des rapports....109
- 6.3.3. Vérification de l'alignement et de l'ordre....109
- 6.3.4. Rédaction d'une démonstration de parallélisme....110

6.4. Agrandissements, réductions et homothéties....111

- 6.4.1. Homothétie de centre et de rapport....111
- 6.4.2. Effet des homothéties sur les longueurs....113
- 6.4.3. Effet des homothéties sur les aires....113
- 6.4.4. Construction géométrique par homothétie....114

6.5. Ressources complémentaires....114

- 6.5.1. Questions et réponses d'approfondissement....114
- 6.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter....117
- 6.5.3. Scénarios et Exercices....118

Chapitre 7 : Trigonométrie dans le Triangle Rectangle....120

7.1. Définition du cosinus d'un angle aigu....120

- 7.1.1. Identification du côté adjacent et de l'hypoténuse....120
- 7.1.2. Définition mathématique du cosinus....122
- 7.1.3. Invariance du cosinus par rapport à la taille du triangle....122
- 7.1.4. Calcul pratique du cosinus avec la calculatrice....123

7.2. Définition du sinus d'un angle aigu....125

- 7.2.1. Identification du côté opposé....125
- 7.2.2. Définition mathématique du sinus....127
- 7.2.3. Relation fondamentale entre sinus et cosinus....127
- 7.2.4. L'identité trigonométrique fondamentale....129

7.3. Définition de la tangente d'un angle aigu....131

- 7.3.1. Définition comme rapport des côtés de l'angle droit....131
- 7.3.2. Relation entre tangente, sinus et cosinus....131
- 7.3.3. Le moyen mnémotechnique SOH-CAH-TOA....132

- 7.3.4. Calcul de la tangente avec la calculatrice 133

7.4. Utilisation de la trigonométrie pour calculer angles et longueurs 133

- 7.4.1. Choix du rapport trigonométrique approprié 133
- 7.4.2. Calcul d'une longueur connaissant un angle et une longueur 134
- 7.4.3. Calcul d'un angle connaissant deux longueurs 135
- 7.4.4. Applications pratiques de la trigonométrie 135

7.5. Ressources complémentaires 136

- 7.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 136
- 7.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 138
- 7.5.3. Scénarios et Exercices 140

Chapitre 8 : Vecteurs et Translations 145

8.1. Le vecteur : direction, sens et norme 145

- 8.1.1. Représentation graphique et notation 145
- 8.1.2. Direction d'un vecteur 147
- 8.1.3. Sens d'un vecteur 147
- 8.1.4. Norme d'un vecteur 149

8.2. Égalité vectorielle et parallélogramme 149

- 8.2.1. Condition d'égalité de deux vecteurs 149
- 8.2.2. Propriété du parallélogramme 150
- 8.2.3. Construction géométrique d'un vecteur égal 150
- 8.2.4. Vecteur opposé 151

8.3. La translation et l'image d'une figure 153

- 8.3.1. Définition de la translation 153
- 8.3.2. Construction de l'image d'un point 153
- 8.3.3. Image d'un segment et d'un polygone 154
- 8.3.4. Image d'un cercle 154

8.4. Somme de vecteurs et relation de Chasles 157

- 8.4.1. Définition de la somme vectorielle 157
- 8.4.2. Construction géométrique de la somme 157
- 8.4.3. La relation de Chasles 158
- 8.4.4. Propriétés algébriques de l'addition vectorielle 158

8.5. Ressources complémentaires 159

- 8.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 159

- 8.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 160
- 8.5.3. Scénarios et Exercices 162

Chapitre 9 : Initiation à la Géométrie dans l'Espace 170

9.1. Les solides usuels : prismes, pyramides, cylindres, cônes 170

- 9.1.1. Les polyèdres : définition et caractéristiques générales 170
- 9.1.2. Les prismes droits 172
- 9.1.3. Les pyramides 172
- 9.1.4. Les corps ronds : cylindre et cône de révolution 173

9.2. La perspective cavalière 174

- 9.2.1. Principes fondamentaux de la perspective cavalière 174
- 9.2.2. Représentation d'un pavé droit en perspective cavalière 175
- 9.2.3. Représentation d'un cylindre en perspective cavalière 175
- 9.2.4. Lecture et interprétation d'une représentation en perspective cavalière ... 176

9.3. Patrons de solides 177

- 9.3.1. Construction du patron d'un prisme droit 177
- 9.3.2. Construction du patron d'une pyramide 178
- 9.3.3. Construction du patron d'un cylindre 178
- 9.3.4. Reconnaissance et validation de patrons 179

9.4. Calculs de volumes 179

- 9.4.1. Volume d'un prisme droit et d'un cylindre 180
- 9.4.2. Volume d'une pyramide et d'un cône 180
- 9.4.3. Conversion d'unités de volume 181
- 9.4.4. Application au calcul du volume d'un grenier à maïs 181

9.5. Ressources complémentaires 182

- 9.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 182
- 9.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 184
- 9.5.3. Scénarios et Exercices 186

Chapitre 10 : Statistique et Probabilités 192

10.1. Indicateurs de position et de dispersion 192

- 10.1.1. La moyenne arithmétique 192
- 10.1.2. La médiane 194
- 10.1.3. L'étendue 194
- 10.1.4. Comparaison et utilisation conjointe des indicateurs 195

10.2. Regroupement des données en classes 195
- 10.2.1. Construction d'un tableau de données groupées 195
- 10.2.2. Construction d'un histogramme 196
- 10.2.3. Calcul de la moyenne à partir de données groupées 197
- 10.2.4. Interprétation et limites du regroupement 197

10.3. Notions élémentaires de probabilité 198
- 10.3.1. Expérience aléatoire et univers 198
- 10.3.2. Événement et événement élémentaire 198
- 10.3.3. Définition de la probabilité dans le cas d'équiprobabilité 199
- 10.3.4. Expression de probabilités en pourcentages 199

10.4. Calcul de probabilités dans des cas simples 200
- 10.4.1. Lancers de dés 200
- 10.4.2. Tirages de boules dans une urne 201
- 10.4.3. Pile ou face et séquences de lancers 201
- 10.4.4. Arbres de dénombrement 202

10.5. Ressources complémentaires 203
- 10.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 203
- 10.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 204
- 10.5.3. Scénarios et Exercices 206

Chapitre 11 : Applications de la Proportionnalité 209

11.1. Mouvement uniforme : vitesse, distance, temps 209
- 11.1.1. Relation fondamentale entre distance, vitesse et temps 209
- 11.1.2. Conversion des unités de vitesse 211
- 11.1.3. Conversion des durées en format décimal et horaire 211
- 11.1.4. Résolution de problèmes de mouvement uniforme 212

11.2. Grandeurs quotients : débits, densités 212
- 11.2.1. Définition et calcul du débit 213
- 11.2.2. Application du débit aux problèmes hydrauliques 213
- 11.2.3. Définition et calcul de la densité de population 214
- 11.2.4. Comparaison de densités et analyses démographiques 214

11.3. Pourcentages, variations successives 215
- 11.3.1. Rappel du calcul de pourcentage 215
- 11.3.2. Méthode des coefficients multiplicateurs 216

- 11.3.3. Variations successives et effet cumulatif 216
- 11.3.4. Calcul du taux de variation global 217

11.4. Échelles, plans, et maquettes 218
- 11.4.1. Définition et notation de l'échelle 218
- 11.4.2. Échelle des longueurs et applications 218
- 11.4.3. Échelle des aires et surfaces 219
- 11.4.4. Échelle des volumes et maquettes 219

11.5. Ressources complémentaires 220
- 11.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 220
- 11.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 222
- 11.5.3. Scénarios et Exercices 224

Chapitre 12 : Introduction à la Notion de Fonction 230

12.1. Processus et notation fonctionnelle 230
- 12.1.1. Concept de fonction comme programme de calcul 230
- 12.1.2. Notation fonctionnelle f(x) 232
- 12.1.3. Définition d'une fonction par une formule 232
- 12.1.4. Ensemble de définition d'une fonction 233

12.2. Vocabulaire : image et antécédent 233
- 12.2.1. Définition de l'image 233
- 12.2.2. Définition de l'antécédent 234
- 12.2.3. Calcul pratique d'images 234
- 12.2.4. Recherche d'antécédents par résolution d'équation 235

12.3. Représentation graphique d'une fonction 235
- 12.3.1. Principe de la représentation dans un repère 236
- 12.3.2. Construction d'un tableau de valeurs 236
- 12.3.3. Tracé de la courbe représentative 237
- 12.3.4. Lecture graphique d'images et d'antécédents 237

12.4. Cas de la fonction linéaire 238
- 12.4.1. Définition et forme algébrique 238
- 12.4.2. Lien avec la proportionnalité 239
- 12.4.3. Représentation graphique : droite passant par l'origine 239
- 12.4.4. Coefficient directeur et interprétation 240

12.5. Ressources complémentaires 240

- 12.5.1. Questions et réponses d'approfondissement 240
- 12.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter.....242
- 12.5.3. Scénarios et Exercices 243

ANNEXES..... a

ANNEXES..... a

1. Tableaux de Référence..... i
   - 1.1. Table des carrés des entiers de 1 à 25 i
   - 1.2. Table des racines carrées approximatives i
   - 1.3. Conversions d'unités usuelles.....ii
2. Formulaire de Géométrie et d'Algèbre ii
   - 2.1. Identités remarquables ii
   - 2.2. Formules de périmètres et d'aires iii
   - 2.3. Formules de volumes iii
   - 2.4. Théorème de Pythagore iii
   - 2.5. Proportionnalité et fonctions linéaires.....iv
3. Lexique Mathématique iv



Introduction

Un manuel conçu pour la réussite des élèves congolais

Ce manuel de mathématiques accompagne les élèves de première année des Humanités en République Démocratique du Congo dans leur découverte approfondie des concepts fondamentaux qui structurent la pensée mathématique moderne. Conçu en conformité stricte avec le Programme National de l'Enseignement Primaire, Secondaire et Technique (EPST), cet ouvrage constitue un outil pédagogique complet et rigoureux, adapté aux réalités éducatives congolaises.

Une approche pédagogique progressive et contextualisée

Chaque chapitre de ce manuel suit une progression logique minutieusement élaborée, conduisant l'élève du concret vers l'abstrait selon une démarche d'échafaudage conceptuel. Les notions mathématiques se déploient graduellement, chaque nouveau concept s'appuyant solidement sur les acquis précédents pour garantir une compréhension structurelle durable. Cette architecture pédagogique respecte le développement cognitif des adolescents congolais et facilite l'acquisition progressive de compétences mathématiques robustes.

Les situations-problèmes et exercices puisent systématiquement dans les réalités géographiques, économiques et sociales des différentes provinces de la RDC. L'élève calcule des volumes de greniers à maïs à Kikwit, analyse des densités de population à Goma, estime des débits hydrauliques à Kananga, et résout des problèmes de transport à Matadi. Cette contextualisation authentique transforme les mathématiques en instrument pragmatique de compréhension et d'action sur l'environnement quotidien, tout en respectant rigoureusement le principe de pertinence intrinsèque : chaque lieu évoqué apporte une dimension géométrique, topologique ou numérique essentielle au problème posé.

Une double adresse : élèves et enseignants

Ce manuel s'adresse simultanément aux élèves et aux enseignants selon une stratégie de double efficacité. Les explications directes, les définitions opérationnelles immédiates et les enchaînements explicites permettent à l'élève motivé de progresser en autonomie, développant ainsi ses capacités d'auto-apprentissage. Parallèlement, l'enseignant trouve dans cet ouvrage un support structuré qui précise les objectifs pédagogiques, séquence les contenus selon une logique didactique éprouvée, et fournit un matériel d'évaluation diversifié à travers exercices, scénarios et questions d'approfondissement.

Un contenu mathématique exigeant et complet

L'ouvrage couvre exhaustivement les douze chapitres du programme de première année : théorie des ensembles, opérations dans les ensembles $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$, calcul littéral, équations et inéquations du premier degré, géométrie plane, proportionnalité et applications numériques, géométrie dans l'espace, statistique et probabilités, ainsi qu'une introduction à la notion de fonction. Chaque chapitre maintient une exigence scientifique irréprochable, présentant les définitions avec précision, énonçant les propriétés avec rigueur, et développant les démonstrations selon une logique déductive claire.

Les ressources complémentaires enrichissent systématiquement chaque chapitre : questions d'approfondissement pour développer la réflexion critique, analyse détaillée des confusions fréquentes pour prévenir les erreurs conceptuelles, exercices gradués sans corrigé pour l'entraînement autonome, et scénarios contextualisés avec solutions détaillées pour l'assimilation active des concepts. Cette architecture complète garantit que l'élève dispose de tous les outils nécessaires pour maîtriser solidement les contenus prescrits par le ministère.

Un instrument de développement intellectuel

Au-delà de l'acquisition de techniques de calcul, ce manuel cultive systématiquement les capacités de raisonnement logique, d'analyse critique et de résolution méthodique de problèmes. Chaque notion mathématique se

présente comme un instrument intellectuel permettant de structurer la pensée, de modéliser des situations réelles, et de prendre des décisions rationnelles fondées sur des données quantitatives. L'élève développe progressivement une pensée mathématique mature, caractérisée par la rigueur démonstrative, la précision du langage, et la capacité d'abstraction contrôlée.

Les mathématiques enseignées dans ce manuel préparent l'élève congolais aux exigences des années supérieures du cycle des Humanités, qu'il s'oriente vers une section scientifique, technique ou littéraire. Les fondements algébriques, géométriques et statistiques ici solidement établis constituent le socle indispensable pour aborder avec succès les programmes ultérieurs de mathématiques, de sciences physiques, d'économie ou de sciences sociales.

Mode d'emploi pour l'élève

L'élève tire le meilleur profit de ce manuel en lisant attentivement les explications théoriques, en travaillant personnellement les exemples présentés pour vérifier sa compréhension, puis en résolvant méthodiquement les exercices proposés. Les scénarios avec corrigés détaillés servent de modèles démontrant la démarche complète de résolution : analyse de l'énoncé, identification des données pertinentes, choix de la méthode appropriée, calculs rigoureux, vérification des résultats, et formulation d'une conclusion cohérente. L'élève s'inspire de ces modèles pour structurer ses propres résolutions des exercices sans corrigé, développant ainsi progressivement son autonomie mathématique.

Les questions d'approfondissement et l'analyse des erreurs fréquentes méritent une attention particulière : elles développent la compréhension conceptuelle profonde qui distingue la maîtrise authentique de la simple mémorisation mécanique de formules. L'élève qui s'approprie ces ressources complémentaires acquiert une solidité mathématique durable, résistant aux difficultés ultérieures.

Vers l'excellence mathématique congolaise

Ce manuel témoigne de l'ambition légitime d'offrir aux élèves congolais un enseignement mathématique d'excellence, comparable aux meilleurs standards internationaux tout en respectant les spécificités du contexte national. La mathématique constitue un langage universel et un outil de développement intellectuel accessible à tous les esprits rigoureux et persévérants. Chaque élève congolais, qu'il étudie à Kinshasa, Lubumbashi, Kisangani, Goma, Kananga, Bukavu ou Matadi, dispose avec cet ouvrage des

ressources nécessaires pour construire une compétence mathématique solide, ouvrant les portes des études supérieures et des carrières scientifiques, techniques ou économiques.

L'excellence mathématique se construit par le travail régulier, la réflexion personnelle et la persévérance face aux difficultés. Ce manuel constitue le compagnon fiable de cette construction, guidant méthodiquement l'élève vers la maîtrise progressive des concepts fondamentaux qui structurent la pensée mathématique. Bonne découverte et bon travail à tous les élèves de première année des Humanités de la République Démocratique du Congo.

Éditions Donel C.
Direction Éditoriale et Conception Générale :
MURHULA BAZIKANGE M.
Pour contacts, mon site web :
https://murhulabazikange.com/

© 2025, Donel Consulting, Kin. RDC
Tous droits réservés.

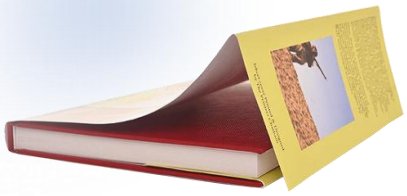
Pour l'excellence de l'éducation en RDC,
Tous les manuels scolaires en un seul endroit,
sur ce site web :
https://manuels-scolaires-rdc.com/

Pour plus de détails, scannez ceci :

PARTIE I

Activités Numériques et Algébriques 🔢

Cette partie constitue le cœur de la transition de l'arithmétique vers l'algèbre. L'élève y approfondit sa maîtrise des nombres pour s'aventurer dans le calcul avec des lettres. Après avoir systématisé les calculs sur les nombres rationnels, le programme introduit les puissances à exposants entiers relatifs et la racine carrée, des outils essentiels pour la notation scientifique et la géométrie. Le point culminant est le développement du calcul littéral, qui enseigne comment manipuler des expressions algébriques (développement, factorisation) et utiliser les identités remarquables. Cette compétence débouche naturellement sur la résolution d'équations du premier degré, fournissant une méthode systématique et puissante pour trouver une valeur inconnue dans une multitude de problèmes.



Chapitre 1 : Nombres Rationnels et Calculs Approfondis

L'objectif de ce chapitre est de parfaire la maîtrise technique des calculs sur les nombres rationnels (fractions et décimaux), en introduisant des expressions plus complexes qui exigent méthode, rigueur et organisation. L'arithmétique dans l'ensemble $\mathbb{Q}$ constitue le socle indispensable pour la modélisation algébrique ultérieure.

1.1. Opérations et enchaînements dans $\mathbb{Q}$

La maîtrise des opérations dans l'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$ dépasse la simple exécution mécanique des quatre opérations élémentaires pour atteindre une compréhension structurelle des priorités opératoires. L'addition et la soustraction de rationnels nécessitent impérativement la réduction au même dénominateur, une opération qui repose sur la recherche du Plus Petit Commun Multiple (PPCM) des dénominateurs initiaux. La multiplication, quant à elle, s'effectue en opérant numérateur par numérateur et dénominateur par dénominateur, tandis que la simplification préalable des facteurs communs constitue une étape cruciale pour maintenir la maniabilité des grandeurs numériques.

L'application stricte des règles de priorité des opérations garantit l'unicité du résultat lors du traitement d'expressions numériques complexes comportant de multiples termes et opérateurs. La hiérarchie conventionnelle impose de traiter, dans un ordre immuable : les calculs entre parenthèses (en commençant par les parenthèses les plus intérieures), les puissances, les multiplications et divisions (de gauche à droite), et enfin les additions et soustractions. Toute dérogation à cet algorithme de résolution entraîne systématiquement des erreurs de calcul et fausse l'interprétation mathématique des phénomènes modélisés.

1.1.1. Gestion des parenthèses et des signes

L'imbrication de parenthèses, de crochets et d'accolades sert à structurer le calcul et à isoler des sous-ensembles d'opérations prioritaires. La suppression de ces délimiteurs obéit à la règle des signes : une parenthèse précédée d'un signe positif permet de conserver les signes des termes intérieurs, tandis qu'une parenthèse précédée d'un signe négatif impose l'inversion de tous les signes des termes qu'elle contient. Cette manipulation exige une attention soutenue, car la distribution du signe négatif sur une somme algébrique est l'une des sources d'erreurs les plus fréquentes dans les calculs littéraux et numériques.

PRIORITÉ DES OPÉRATIONS (PEMDAS)

RÈGLE DES SIGNES :

$- (-) = +$

$+ (-) = -$

$$\frac{3}{4} - \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{-4}{7}\right)\right] \times \frac{5}{6} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$



RÉDUCTION AU MÊME DÉNOMINATEUR (PPCM)

MULTIPLICATION :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

1.2. Inverse d'un nombre et quotient de rationnels

La définition formelle de l'inverse d'un nombre rationnel non nul a est le nombre rationnel, noté a^{-1} ou $\frac{1}{a}$, tel que le produit $a \times a^{-1}$ soit égal à l'élément neutre de la multiplication, c'est-à-dire 1. Cette définition exclut strictement le nombre zéro, qui ne possède aucun inverse multiplicatif. L'existence de l'inverse permet de transformer conceptuellement l'opération de division : diviser par un nombre rationnel non nul revient rigoureusement à multiplier par son inverse.

Cette approche unifie les opérations multiplicatives et simplifie considérablement le traitement des fractions complexes, notamment les fractions à étages où le numérateur et le dénominateur sont eux-mêmes des expressions fractionnaires. Pour simplifier une telle structure, l'algorithme consiste à réduire d'abord le numérateur et le dénominateur principal en fractions irréductibles uniques, puis à multiplier la fraction du numérateur par l'inverse de la fraction du dénominateur.

1.2.1. Propriétés de l'inverse

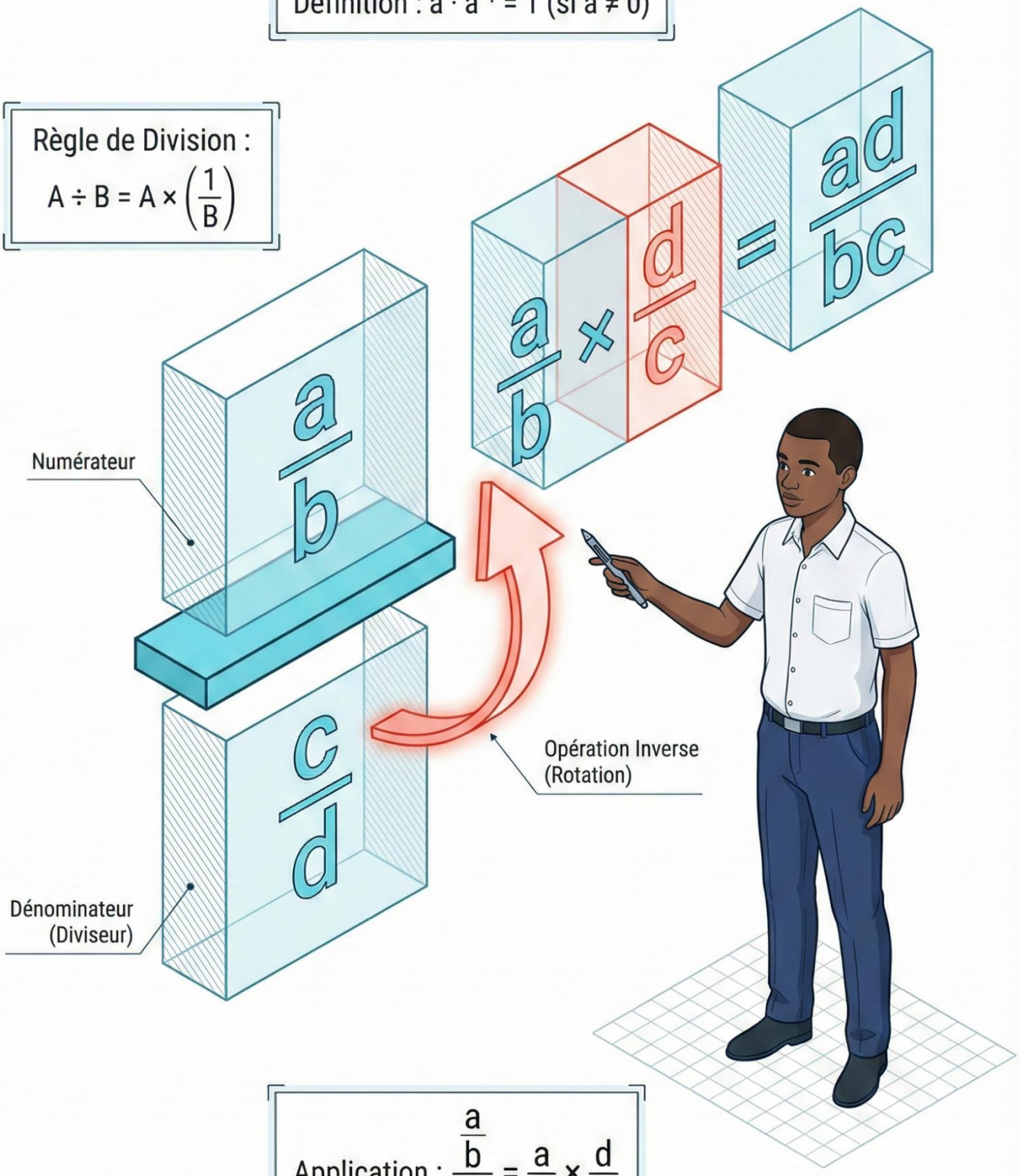
L'inverse de l'inverse d'un nombre rationnel x est le nombre x lui-même. De même, l'inverse d'un produit est égal au produit des inverses des facteurs, propriété fondamentale pour la simplification des expressions algébriques. Il est impératif de distinguer l'inverse d'un nombre (lié à la multiplication) de son opposé (lié à l'addition), ces deux notions faisant appel à des structures algébriques distinctes au sein du corps des rationnels.

INVERSE ET QUOTIENT DE RATIONNELS

Définition : $a \cdot a^{-1} = 1$ (si $a \neq 0$)

Règle de Division :

$$A \div B = A \times \left(\frac{1}{B}\right)$$



Application : $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \dfrac{a}{b} \times \dfrac{d}{c}$

1.3. Expressions numériques et calcul stratégique

Le calcul stratégique se définit par la capacité de l'élève à analyser la structure globale une expression numérique avant d'engager le moindre calcul arithmétique. Cette phase d'analyse permet d'identifier des opportunités de simplification, telles que la présence de facteurs communs, des regroupements astucieux de termes ou des simplifications diagonales dans les chaînes de multiplication. L'objectif est de réduire la complexité opératoire et de minimiser le risque d'erreur en travaillant avec les nombres les plus simples possibles à chaque étape.

L'utilisation de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition et à la soustraction, dans les deux sens (développement et factorisation), constitue un levier puissant pour le calcul mental et la simplification. Par exemple, factoriser une expression permet souvent de transformer une somme de produits complexes en un produit simple, facilitant ainsi l'obtention du résultat final. La rigueur impose également une présentation linéaire et aérée des étapes de calcul, où chaque ligne découle logiquement de la précédente par l'application d'une règle mathématique explicite.

1.3.1. Organisation et vérification

Une expression numérique complexe doit être traitée étape par étape, en réécrivant systématiquement les parties de l'expression qui n'ont pas encore été calculées. Cette discipline d'écriture permet la traçabilité du raisonnement et facilite la relecture. La vérification des résultats par des ordres de grandeur ou des estimations grossières constitue une étape finale indispensable pour valider la cohérence de la réponse obtenue.

1.4. Problèmes de synthèse et modélisation

La résolution de problèmes de synthèse exige la mobilisation simultanée de l'ensemble des compétences arithmétiques acquises pour modéliser des situations réelles. Cette démarche implique une traduction rigoureuse des énoncés en langage mathématique, identifiant les données connues, les inconnues et les relations qui les lient. Dans le contexte de la République Démocratique du Congo, ces problèmes peuvent modéliser des flux logistiques, des répartitions de ressources ou des calculs de proportions dans des secteurs clés comme l'agriculture ou le commerce.

Prenons l'exemple de la gestion des stocks d'une pharmacie à Bumba, un carrefour commercial vital sur le fleuve Congo. La modélisation mathématique d'un tel stock implique de considérer un état initial, des flux entrants (approvisionnements venant de Kinshasa ou Kisangani) et des flux sortants (ventes locales et distributions vers l'intérieur des terres), tous exprimés sous forme de fractions du stock total ou de quantités absolues. La détermination de l'état final du stock nécessite l'établissement d'une expression numérique intégrant des additions (entrées) et des soustractions (sorties), tout en gérant potentiellement des fractions de restes.

1.4.1. Méthodologie de résolution

La résolution efficace débute par la définition claire des variables et l'écriture de l'équation ou de l'expression correspondante. Chaque étape du calcul doit conserver un sens physique concret par rapport au problème posé. La conclusion doit obligatoirement être formulée par une phrase réponse explicite, réinterprétant le résultat numérique dans le contexte initial (unités, signification pratique), validant ainsi la pertinence de la modélisation mathématique effectuée.

1.5. Ressources complémentaires

1.5.1. Questions et réponses d'approfondissement

Pourquoi la division par zéro est-elle strictement interdite en mathématiques ? La division est définie comme la multiplication par l'inverse. Or, le zéro est l'élément absorbant de la multiplication ($0 \times x = 0$) et ne possède aucun nombre y tel que $0 \times y = 1$. Par conséquent, l'inverse de zéro n'existe pas, rendant l'opération de division par zéro impossible et non définie.

Quelle est la différence fondamentale entre un nombre rationnel et un nombre irrationnel ? Un nombre rationnel peut toujours s'écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$ où a et b sont des entiers relatifs et b est non nul, ce qui implique un développement décimal fini ou périodique. Un nombre irrationnel ne peut pas s'écrire sous cette forme fractionnaire et possède un développement décimal infini et non périodique.

Pourquoi doit-on changer le sens des inégalités lorsqu'on multiplie par un nombre négatif ? La multiplication par un nombre négatif inverse l'ordre des nombres sur la droite numérique. Si $a < b$, multiplier par -1 transforme ces valeurs en leurs opposés ; or, l'opposé du plus grand nombre est le plus petit

(par exemple, $2 < 5$ mais $-2 > -5$), ce qui oblige à inverser le symbole de l'inégalité pour conserver la vérité de la relation.

L'ensemble des nombres décimaux est-il inclus dans l'ensemble des nombres rationnels ? Oui, tout nombre décimal possède un développement fini et peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le dénominateur est une puissance de 10. Puisque cette forme $\frac{a}{10^n}$ respecte la définition des rationnels (quotient de deux entiers), l'ensemble des décimaux est un sous-ensemble strict de $\mathbb{Q}$.

Comment justifier que l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$? La définition de l'inverse d'un nombre x est le nombre y tel que $x \cdot y = 1$. En effectuant le produit $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}$, on obtient $\frac{a \cdot b}{b \cdot a}$, ce qui se simplifie en 1 (pour a et b non nuls). Cela prouve par la définition même que $\frac{b}{a}$ est bien l'inverse multiplicatif de $\frac{a}{b}$.

1.5.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter

Les erreurs suivantes résultent souvent d'une mauvaise assimilation des définitions fondamentales ou d'une application hâtive des règles opératoires.

1. **Confusion entre l'inverse et l'opposé :** L'erreur consiste à croire que l'inverse de $\frac{3}{4}$ est $-\frac{3}{4}$. La rectification impose de distinguer l'inverse (qui donne 1 par multiplication, soit $\frac{4}{3}$) de l'opposé (qui donne 0 par addition, soit $-\frac{3}{4}$).

2. **Addition des dénominateurs :** Il est fréquent de voir l'opération erronée $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$. L'addition de fractions exige impérativement la réduction au même dénominateur avant d'additionner les numérateurs uniquement, le dénominateur commun restant inchangé.

3. **Mauvaise gestion du signe moins devant une fraction :** L'écriture $-\frac{a}{b}$ est souvent incorrectement transformée en $\frac{-a}{-b}$. La règle correcte stipule que le signe négatif s'applique soit au numérateur, soit au dénominateur, mais jamais aux deux simultanément, car $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$.

4. **Simplification abusive dans une somme :** L'erreur classique est de simplifier des termes dans une expression comme $\frac{a+b}{a}$ en rayant les a pour obtenir b. La simplification par division n'est valide que si le terme

est en facteur commun à l'ensemble du numérateur et du dénominateur (structure multiplicative).

5. **Oubli de l'inversion lors de la division :** Lors du calcul $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$, l'élève oublie souvent d'inverser la seconde fraction et effectue une division directe des numérateurs et dénominateurs. La procédure exige de transformer la division en multiplication par l'inverse : $\frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.

1.5.3. Scénarios et Exercices

Exercices

Exercice de Logistique Fluviale (À compléter)

- **Contexte :**
  - Un convoi de barges quitte Kisangani pour Kinshasa.
  - La capacité totale de chargement est de 1200 tonnes.
  - Au départ, la barge est remplie aux $\frac{3}{4}$ de sa capacité.
  - À l'escale de Mbandaka, on décharge $\frac{1}{3}$ de la cargaison initiale.
- **Énoncé :**
  - Calculer la masse de marchandises au départ de Kisangani.
  - Déterminer la masse déchargée à Mbandaka.
  - Calculer la fraction de la capacité totale restante après Mbandaka.
- **Tâche demandée :**
  - Poser les opérations sous forme d'une expression unique avant de calculer.
  - Effectuer les calculs étape par étape.
  - Conclure par une phrase complète.

Exercice de Répartition Agraire (À compléter)

- **Contexte :**
  - Une coopérative au Kongo Central possède un terrain de 240 hectares.