MOTEURS THERMIQUES

4ÈME ANNÉE, OPTION MÉCANIQUE AUTOMOBILE





TABLE DES MATIÈRES

PRÉLIMINAIRES **1**

1. Avant-propos 1
   - 1.1. Vision Pédagogique 1
   - 1.2. L'Approche par Compétences et la Contextualisation 1

2. Objectifs et Compétences Visées 1
   - 2.1. Consolidation du socle algébrique et numérique 1
   - 2.2. Structuration du raisonnement déductif en géométrie 2
   - 2.3. Initiation à la modélisation par les fonctions 2
   - 2.4. Développement de la compétence résolutive 2

3. Démarche Pédagogique et Évaluation 2
   - 3.1. L'Approche par les Compétences 2
   - 3.2. Les Modalités d'Évaluation 3

4. Révision des Acquis de la 2ème Année 3
   - 4.1. Objectif Pédagogique 3
   - 4.2. Approche Diagnostique 3
   - 4.3. Consolidation Stratégique 3

PARTIE 1 : ACTIVITÉS ALGÉBRIQUES ET NUMÉRIQUES **5**

Du calcul à la pensée abstraite 5

L'algèbre, un langage pour simplifier le réel 5

Des équations pour le quotidien congolais 5

Une gymnastique pour l'esprit 5

CHAPITRE 1 : CALCUL DANS L'ENSEMBLE DES RÉELS (ℝ) **6**

1.1. Nombres irrationnels et ensemble ℝ 6
   - a. Une découverte qui dérange 6
   - A. Nombres rationnels et irrationnels 6

FIGURE 1 : RÉF. IMG (2975-1110-8787) **8**

Les ensembles de nombres emboîtés les uns dans les autres 8
   - B. L'ensemble des nombres réels (ℝ) 8

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

FIGURE 2 : RÉF. IMG (3622-2825-5110) **10**

La diagonale d'un carré de côté 1 illustrant le nombre irrationnel √2 10

- SCÉNARIOS ET EXERCICES 10

1.2. Ordre, valeur absolue et distance dans ℝ 12

- a. L'ordre des choses 12
- A. Ordre dans l'ensemble des réels (ℝ) 12

FIGURE 3 : RÉF. IMG (5232-7077-8584) **15**

La droite numérique graduée illustrant ordre et valeur absolue 15

- B. Valeur absolue et distance 15
- SCÉNARIOS ET EXERCICES 16

1.3. Racines carrées et calculs avec radicaux 17

- a. Le carré parfait, un ami bien caché 17
- A. Définition et condition d'existence 17

FIGURE 4 : RÉF. IMG (4855-4161-3267) **20**

Le mécanisme de simplification d'une racine carrée avec un carré parfait 20

- B. Opérations sur les radicaux 20

CHAPITRE 2 : CALCUL ALGÉBRIQUE : POLYNÔMES ET FRACTIONS RATIONNELLES **23**

2.1. Opérations sur les polynômes 23

- a. Une logique de marché 23
- A. Qu'est-ce qu'un polynôme ? 23

FIGURE 5 : RÉF. IMG (1755-7015-8599) **25**

Anatomie d'un polynôme P(x) illustrant ses composants essentiels 25

- B. Addition et Soustraction 25
- C. Multiplication 26

2.2. Factorisation de polynômes 28

- a. Le sens de la factorisation 28
- A. La mise en évidence du facteur commun 28
- B. L'utilisation des identités remarquables 28

FIGURE 6 : RÉF. IMG (0914-8018-7652) **31**

Schéma visuel des trois grandes méthodes de factorisation d'un polynôme 31

- C. La méthode "produit-somme" 31

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

2.3. Fractions rationnelles : définition, simplification et opérations....33
- a. De la part de gâteau aux polynômes....33
- A. Définition et condition d'existence....34

FIGURE 7 : RÉF. IMG (2633-0745-0379)....36

Structure d'une fraction rationnelle et sa condition d'existence....36
- B. Simplification d'une fraction rationnelle....36

FIGURE 8 : RÉF. IMG (6822-3219-5147)....39

Mécanisme de simplification par factorisation d'une fraction rationnelle....39
- C. Opérations sur les fractions rationnelles....39

CHAPITRE 3 : ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ....43

3.1. Équations se ramenant au premier degré....43
- a. L'erreur classique à éviter....43
- A. L'équation-produit nul : la clé du problème....43
- B. Transformer pour résoudre....43

FIGURE 9 : RÉF. IMG (9434-5521-5190)....46

Visualisation de la factorisation vers une équation-produit nul....46
- Anecdote : Le partage du champ à Mbandaka....46

3.2. Inéquations du premier degré et tableaux de signes....48
- a. Le seuil de vérité....48
- A. Résolution algébrique d'une inéquation....49
- B. Étude de signe avec un tableau....49

FIGURE 10 : RÉF. IMG (6292-0668-7158)....51

Construction schématique et lecture d'un tableau de signes simple....51
- b. Scénarios et exercices....51

3.3. Résolution de problèmes concrets par modélisation....53
- a. Le traducteur mathématique....53
- A. Les 4 étapes clés du processus....53
- B. Le choix de l'inconnue....54

FIGURE 11 : RÉF. IMG (5616-3321-2393)....56

Schéma de la modélisation : du concret au langage mathématique....56
- C. La mise en équation....56

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- D. La résolution et la conclusion.....56

FIGURE 12 : RÉF. IMG (2345-6343-9823).....59

L'étape finale : interpréter la solution pour répondre au problème concret.....59

- L'anecdote du chauffeur de wewa à Goma.....59

CHAPITRE 4 : SYSTÈMES D'ÉQUATIONS DU PREMIER DEGRÉ À DEUX INCONNUES.....62

4.1. Modélisation et mise en système.....62

- a. L'art de traduire un problème.....62
- A. Identifier les Inconnues et les Relations.....62

FIGURE 13 : RÉF. IMG (5899-8055-8874).....64

Un étal de marché avec des sacs de farine et des pains de sucre.....64

- B. Construire le Système d'Équations.....64

FIGURE 14 : RÉF. IMG (8207-7115-4453).....66

Deux clients distincts faisant des achats au même étal de marché.....66

- Scénarios et Exercices.....66

4.2. Résolution algébrique : substitution et combinaisons.....68

- a. Du puzzle quotidien à la précision du calcul.....68
- A. La méthode par substitution : isoler et remplacer.....68
- B. La méthode par combinaison linéaire : additionner pour éliminer.....69

4.3. Interprétation graphique et cas particuliers.....71

- a. Le rendez-vous manqué.....71
- A. Traduire l'algèbre en géométrie.....71
- B. Les trois destins des droites.....72

FIGURE 15 : RÉF. IMG (9066-6422-7962).....74

Deux droites qui se croisent en un seul point P.....74

- C. Scénarios et Exercices.....75

PARTIE 2 : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES.....77

Du terrain à la figure.....77

Les instruments de la précision.....77

Théorèmes : les vérités qui ne mentent pas.....77

Vers le raisonnement déductif.....77

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

CHAPITRE 5 : GÉOMÉTRIE DANS UN REPÈRE ORTHONORMÉ....78

5.1. Repérage et coordonnées dans le plan....78

- a. L'idée d'un chef de quartier....78
- A. Le repère orthonormé : la règle du jeu....78
- B. Les coordonnées : l'adresse d'un point....79

FIGURE 16 : RÉF. IMG (5191-9137-5866)....81

Placement d'un point A(x, y) par projection sur les axes....81

- Une question de géolocalisation....81

5.2. Calculs dans le repère : distance et milieu....83

- a. Le secret du navigateur....83
- A. Calculer la distance entre deux points....83

FIGURE 17 : RÉF. IMG (8339-6092-0098)....85

Visualisation du calcul de distance avec le théorème de Pythagore....85

- B. Déterminer les coordonnées du milieu d'un segment....85
- SCÉNARIOS ET EXERCICES....86

5.3. Applications aux figures géométriques usuelles....87

- a. Du terrain à la feuille de calcul....87
- A. Démontrer la nature d'un triangle....87
- B. Démontrer la nature d'un quadrilatère....88

CHAPITRE 6 : ÉQUATIONS DE DROITES....91

6.1. Équation réduite, pente et ordonnée à l'origine....91

- a. Le secret des lignes droites....91
- A. L'équation réduite : la carte d'identité d'une droite....91

FIGURE 18 : RÉF. IMG (7287-1994-3346)....93

Représentation graphique d'une droite avec son équation réduite y=2x+1....93

- B. Le coefficient directeur () : le chef d'orchestre....93

6.2. Détermination de l'équation d'une droite....95

- a. Le fil d'Ariane géométrique....95
- A. Équation à partir de deux points connus....96
- B. Équation à partir d'un point et du coefficient directeur....96
- C. Scénarios et Exercices....97

6.3. Conditions de parallélisme et de perpendicularité....99

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- a. Le secret des pentes....99
- A. Le parallélisme : des droites qui marchent ensemble....99

FIGURE 19 : RÉF. IMG (1891-4585-5378)....101

Deux paires de droites, parallèles et perpendiculaires, sur un repère cartésien....101

- B. La perpendicularité : l'angle droit parfait....101

6.4. Droites, équations cartésiennes et systèmes....103

- a. L'intersection, une rencontre mathématique....103
- A. Intersection de deux droites : la solution commune....104
- B. Le système de deux équations à deux inconnues....104

FIGURE 20 : RÉF. IMG (9421-1613-6616)....106

Deux droites sécantes dans un repère et leur point d'intersection....106

- C. Cas particulier : droites parallèles....106

CHAPITRE 7 : GÉOMÉTRIE DU CERCLE....109

7.1. Tangente à un cercle en un point....109

- a. L'illusion du contact....109
- A. Définition et Propriété Fondamentale....109

FIGURE 21 : RÉF. IMG (2408-5595-6740)....111

Propriété de la tangente et du rayon en un point du cercle....111

- B. Tangentes issues d'un point extérieur....111

7.2. Angle au centre, angle inscrit et applications....113

- a. Le secret des bâtisseurs de cercles....113
- A. Définitions et Notations Clés....113

FIGURE 22 : RÉF. IMG (0921-1209-8487)....114

Angle au centre et angle inscrit interceptant le même arc....114

- B. Le Théorème Fondamental et ses Applications....114
- SCÉNARIOS ET EXERCICES....115

7.3. Polygones réguliers et inscription dans un cercle....116

- a. Du cercle au polygone....116
- A. Propriétés fondamentales....117
- B. Construction de polygones réguliers....117

FIGURE 23 : RÉF. IMG (7017-3297-9403)....119

Construction d'un hexagone régulier inscrit dans un cercle avec un compas.....119
- L'anecdote de l'artisan de Mbandaka.....119

CHAPITRE 8 : TRANSFORMATIONS GÉOMÉTRIQUES AVANCÉES.....122

8.1. La rotation : définition et construction.....122
- a. L'idée de la rotation.....122
- A. Les trois éléments clés de la rotation.....122
- B. Construire l'image d'un point par rotation.....122

FIGURE 24 : RÉF. IMG (5819-8453-1974).....125

Construction de l'image d'un triangle par rotation autour d'un point.....125
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....125

8.2. L'homothétie et ses propriétés.....127
- a. Agrandir et réduire le monde.....127
- A. Définition et vocabulaire de base.....127

FIGURE 25 : RÉF. IMG (8874-3597-6624).....129

Effet du rapport k sur une figure par homothétie.....129
- B. Propriétés fondamentales.....129

8.3. Composition de transformations et applications.....131
- a. L'ordre des actions est capital.....131
- A. Composer, c'est enchaîner.....132

FIGURE 26 : RÉF. IMG (3592-4619-4253).....134

Une figure géométrique subissant deux transformations dans un ordre différent.....134
- B. Des compositions particulières.....134

FIGURE 27 : RÉF. IMG (1716-8993-7320).....137

Composition de deux translations appliquées à un point P.....137
- C. Application dans un repère.....137

PARTIE 3 : FONCTIONS ET ORGANISATION DES DONNÉES.....140

a. L'ordre dans le chaos du quotidien.....140

b. Les machines à calculer la vie.....140

c. Du concret à l'abstrait : le langage des graphiques.....140

d. L'art de la prédiction.....140

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

CHAPITRE 9 : FONCTIONS AFFINES **141**

9.1. Définition, représentation et cas particuliers 141

- a. L'intuition derrière la formule 141
- A. La Formule Générale 141
- B. La Représentation Graphique : Une Droite 141

FIGURE 28 : RÉF. IMG (4217-4627-1915) **143**

Représentation graphique d'une fonction affine avec une pente positive 143

- C. Les Cas Particuliers à Connaître 143

FIGURE 29 : RÉF. IMG (4802-8661-5920) **145**

Comparaison visuelle entre une fonction linéaire et une fonction constante 145

- SCÉNARIOS ET EXERCICES 145

9.2. Détermination d'une fonction affine 147

- a. Le code secret d'une fonction 147
- A. Calcul du coefficient directeur (a) 147

FIGURE 30 : RÉF. IMG (8711-8971-2588) **149**

Représentation graphique du calcul du coefficient directeur 'a' sur une droite 149

- B. Calcul de l'ordonnée à l'origine (b) 149

9.3. Sens de variation et tableau de variation 152

- a. Une question de direction 152
- A. Le coefficient directeur 'a', le chef d'orchestre 152
- B. Le tableau de variation : la carte d'identité de la fonction 153
- SCÉNARIOS ET EXERCICES 154

9.4. Étude du signe d'une fonction affine 155

- a. Le signe, une histoire de température 155
- A. La méthode infaillible en deux temps 155

FIGURE 31 : RÉF. IMG (7954-9285-4174) **158**

Illustration du tableau de signes pour un coefficient directeur positif 158

- B. Le tableau de signes : l'outil de synthèse 158

FIGURE 32 : RÉF. IMG (4311-6013-6077) **160**

Schéma du tableau de signes pour un coefficient directeur négatif 160

- Scénarios et Exercices 160

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

CHAPITRE 10 : NOTIONS DE FONCTIONS DE RÉFÉRENCE.....163

10.1. La fonction carré : propriétés et parabole.....163

- a. Une courbe cachée dans nos jeux.....163
- A. Définition de la fonction carré.....163
- B. Propriétés fondamentales.....163
- C. La parabole : le visage de la fonction carré.....163
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....164

10.2. La fonction inverse : propriétés et hyperbole.....165

- a. Le partage et la diminution.....165
- A. Définition et ensemble de définition.....166
- B. Représentation graphique : l'hyperbole.....166

FIGURE 33 : RÉF. IMG (4665-5345-5207).....167

La représentation graphique de la fonction inverse, appelée une hyperbole.....167

- C. Scénarios et Exercices.....168

10.3. Applications : résolution graphique et modélisation.....169

- a. Les mathématiques du quotidien.....169
- A. Résolution graphique d'une équation.....169
- B. Modélisation d'une situation.....170

FIGURE 34 : RÉF. IMG (2603-2812-9837).....171

Graphique modélisant le coût de production de sacs de maïs.....171

- b. L'anecdote du transporteur de Bukavu.....171

CHAPITRE 11 : STATISTIQUE DESCRIPTIVE APPROFONDIE.....174

11.1. Dispersion : quartiles et diagramme en boîte.....174

- a. Le piège de la moyenne.....174
- A. Les Quartiles : diviser pour mieux comprendre.....174

FIGURE 35 : RÉF. IMG (5480-2202-5894).....176

Visualisation des quartiles sur une série de données ordonnées.....176

- B. Le Diagramme en Boîte : une photographie de la série.....176

FIGURE 36 : RÉF. IMG (1779-0404-6440).....178

Anatomie d'un diagramme en boîte à moustaches.....178

- b. Scénarios et Exercices.....178

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

11.2. Comparaison de séries statistiques.....180
- a. L'origine de la comparaison de données.....180
- A. Comparer avec les indicateurs de position.....180

FIGURE 37 : RÉF. IMG (0402-1257-9082).....182

Diagramme en boîte comparant deux séries de notes d'élèves.....182
- B. Comparer avec les indicateurs de dispersion.....182

FIGURE 38 : RÉF. IMG (6937-3946-6952).....185

Graphique en barres comparant la production journalière de deux usines.....185
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....185

11.3. Effet d'une transformation affine sur les caractéristiques.....187
- a. De l'arpenteur du Nil à la gestion des données.....187
- A. Définition et impact sur la moyenne.....188

FIGURE 39 : RÉF. IMG (1010-0085-0033).....190

Transformation des notes d'un examen de Lubumbashi.....190
- B. Impact sur la dispersion (variance et écart-type).....190
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....191

CHAPITRE 12 : PROBABILITÉS ET DÉNOMBREMENT.....193

12.1. Expériences à deux épreuves et arbres de probabilités.....193
- a. L'origine d'un calcul.....193
- A. Expérience à deux épreuves : définition et issues.....193
- B. L'arbre de probabilités : un outil visuel.....193

FIGURE 40 : RÉF. IMG (4649-1771-4671).....196

Anatomie d'un arbre de probabilités pour deux lancers de pièce.....196
- Scénarios et Exercices.....196

12.2. Événements : union,intersection et contraire.....198
- a. Le jeu de Ludo et les choix possibles.....198
- A. L'union et l'intersection : le "OU" et le "ET".....199

FIGURE 41 : RÉF. IMG (0842-8605-8848).....201

Diagramme de Venn illustrant l'intersection et l'union de deux événements.....201
- B. L'événement contraire : le "NON".....201
- C. Événements incompatibles.....202

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....202

12.3. Simulations et estimation de probabilités.....204
- a. La science du hasard répété.....204
- A. Définir la simulation et la fréquence.....204
- B. La loi des grands nombres.....204

FIGURE 42 : RÉF. IMG (0676-8173-8563).....206

Fréquence d'apparition de 'pile' lors de lancers de pièce successifs.....206
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....206

ANNEXES.....209

1. Formulaire de Synthèse.....209
- A. ALGÈBRE.....209
- B. GÉOMÉTRIE.....211
- C. FONCTIONS.....212
- D. STATISTIQUES ET PROBABILITÉS.....213

2. Fiches Méthodologiques.....214
- A. Algèbre : Factorisation et Résolution.....214
- B. Géométrie : Utilisation des Théorèmes Fondamentaux.....216
- C. Fonctions et Analyse.....217

3. Lexique Thématique.....218
- A. Calcul Numérique et Algébrique.....218
- B. Géométrie.....220
- C. Fonctions et Représentations.....221

4. Problèmes d'Intégration et Corrigés.....221
- A. Définition et Objectifs Pédagogiques.....221
- B. Typologie des Problèmes d'Intégration en 3ème.....222
- C. Méthodologie de Construction d'un Problème.....223
- D. Stratégies de Résolution et Grille d'Évaluation.....224

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

PRÉLIMINAIRES

1. Avant-propos

1.1. Vision Pédagogique

Cet ouvrage est un instrument au service de l'enseignant. Sa finalité première est de solidifier la transition de l'élève entre le calcul arithmétique et le raisonnement algébrique abstrait, étape décisive du cycle inférieur. Chaque chapitre vise la maîtrise des compétences fondamentales requises pour le Test National de Sélection et d'Orientation Scolaire et Professionnelle (TENASOSP). L'autonomie pédagogique du professeur demeure la clé de voûte de la réussite. Ce manuel offre un cadre structuré et rigoureux, mais l'expertise de l'enseignant reste essentielle pour l'adapter aux réalités de sa classe, que ce soit à Mbandaka ou à Lubumbashi.

1.2. L'Approche par Compétences et la Contextualisation

L'enseignement des mathématiques en 3ème année ancre le raisonnement déductif dans une approche par compétences. L'élève devient capable de mobiliser des savoirs pour résoudre des situations-problèmes concrètes. Pour cette raison, les exercices et scénarios proposent des mises en situation inspirées du quotidien congolais. La gestion d'un budget pour le transport fluvial sur le fleuve Congo, le calcul de périmètres pour un enclos d'élevage dans le Kwilu ou l'application des pourcentages lors d'une transaction commerciale à Goma servent de supports concrets. L'abstraction mathématique s'appuie ainsi sur une réalité tangible pour l'élève.

---

2. Objectifs et Compétences Visées

2.1. Consolidation du socle algébrique et numérique

Cette compétence certifie la capacité de l'élève à manipuler avec aisance les expressions littérales. Elle couvre la factorisation et le développement des polynômes, la maîtrise des identités remarquables, ainsi que la résolution rigoureuse d'équations et d'inéquations du premier degré. L'élève doit pouvoir appliquer ces outils pour résoudre des problèmes arithmétiques complexes et justifier ses calculs au sein des ensembles de nombres (N, Z, D, Q, R).

2.2. Structuration du raisonnement déductif en géométrie

Au-delà de la simple mémorisation des théorèmes de Thalès ou de Pythagore, l'objectif est de former l'élève à l'architecture d'une démonstration. Il doit être capable de construire un raisonnement logique, enchaînant hypothèses, propriétés et conclusions de manière séquentielle et irréfutable. Cette aptitude s'applique à la géométrie plane (triangles, quadrilatères, cercles) et s'initie à la géométrie dans l'espace (calculs de volumes et d'aires sur des solides usuels).

2.3. Initiation à la modélisation par les fonctions

La compétence visée est la traduction d'une situation concrète en un modèle mathématique fonctionnel. L'élève apprend à identifier les variables, à définir une relation de dépendance et à l'exprimer sous la forme d'une fonction affine ou linéaire. L'analyse graphique, la détermination d'images et d'antécédents, et l'interprétation du coefficient directeur constituent le cœur de cette compétence fondamentale pour les études scientifiques futures.

2.4. Développement de la compétence résolutive

L'objectif transversal est d'autonomiser l'élève face à un problème inédit. Cette compétence synthétise les précédentes. Elle consiste à analyser un énoncé, extraire les informations pertinentes, élaborer une stratégie de résolution, choisir les outils mathématiques appropriés et communiquer la solution de manière claire et structurée. Elle prépare directement aux exigences de l'épreuve du TENASOSP.

---

3. Démarche Pédagogique et Évaluation

3.1. L'Approche par les Compétences

L'enseignement des mathématiques en 3ème année s'articule autour de l'approche par les compétences. Chaque notion est introduite par une situation-problème concrète, ancrée dans un contexte familier à l'élève. Cette phase de découverte suscite le besoin d'un outil mathématique. Le cours structure ensuite rigoureusement le savoir visé, formalisant les définitions, propriétés et théorèmes. Des exercices d'application directe consolident l'acquisition des techniques opératoires. Le cycle pédagogique s'achève par la résolution de situations d'intégration, où l'élève doit mobiliser plusieurs compétences acquises pour résoudre un problème complexe. Cette démarche en spirale garantit une construction progressive et solide du savoir.

3.2. Les Modalités d'Évaluation

L'évaluation est un processus continu et intégré à l'apprentissage. Elle revêt deux formes principales. L'évaluation formative intervient au fil des leçons pour réguler la démarche de l'enseignant et remédier aux difficultés des élèves en temps réel. Elle prend la forme d'interrogations courtes ou d'observations actives. L'évaluation sommative, quant à elle, sanctionne la fin d'un chapitre ou d'une période d'apprentissage. Elle mesure le degré de maîtrise des compétences attendues et prépare méthodiquement l'élève aux épreuves certificatives nationales (TENASOSP). Les items d'évaluation ciblent la restitution des connaissances, l'application des procédures et la capacité de raisonnement logique face à des situations inédites.

---

4. Révision des Acquis de la 2ème Année

4.1. Objectif Pédagogique

La transition vers le programme de troisième année impose une maîtrise solide des concepts de deuxième année. Cette section préliminaire a pour fonction d'établir un socle de compétences homogène au sein de la classe. Son objectif est de garantir que chaque élève dispose des prérequis indispensables à l'assimilation des nouvelles notions. Il s'agit d'une étape de validation avant d'aborder des chapitres d'une complexité supérieure.

4.2. Approche Diagnostique

Ces exercices fonctionnent comme un outil de diagnostic plus que comme une simple récapitulation. L'enseignant utilise cette phase pour identifier les lacunes conceptuelles ou procédurales, qu'elles soient individuelles ou collectives. L'analyse des erreurs récurrentes offre une vision claire des points du programme antérieur nécessitant une remédiation ciblée. Cette démarche prévient l'accumulation des difficultés au cours de l'année scolaire.

4.3. Consolidation Stratégique

Une consolidation efficace des acquis libère la charge cognitive des élèves pour les chapitres plus abstraits à venir. La maîtrise fluide des outils algébriques et géométriques de base constitue un facteur déterminant pour la réussite au Test National de Sélection et d'Orientation Scolaire et Professionnelle (TENASOSP). La rapidité et la précision d'exécution, évaluées lors de l'épreuve, dépendent directement de l'automaticité de ces savoir-faire fondamentaux.

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Partie 1 : Activités Algébriques et Numériques

Du calcul à la pensée abstraite

Le calcul avec des nombres connus est la base de tout. L'algèbre va plus loin. Elle introduit des lettres, comme x ou y, pour représenter des quantités inconnues ou changeantes. Cette transition du concret vers l'abstrait ouvre la porte à la résolution de problèmes beaucoup plus généraux. Une seule formule algébrique peut ainsi décrire des milliers de situations différentes, de l'école de Mbandaka au marché de Lubumbashi.

L'algèbre, un langage pour simplifier le réel

Une situation complexe du quotidien, décrite avec beaucoup de mots, se transforme en une écriture mathématique courte et précise. L'algèbre est cet outil de traduction. Elle remplace les longues phrases par des équations et des expressions. La résolution d'un problème devient alors une manipulation de symboles selon des règles logiques, rendant la solution plus rapide et certaine. C'est la force de la simplification.

Des équations pour le quotidien congolais

Derrière chaque calcul de bénéfice sur un marché de Goma, il y a une équation. Le partage d'un héritage foncier dans le Kongo Central suit les règles des proportions et des fractions. Même le dosage des ingrédients pour préparer le pondu pour une grande famille demande une compréhension des quantités. Ces activités numériques et algébriques structurent la logique de notre économie, de nos familles et de nos traditions.

Une gymnastique pour l'esprit

La pratique des activités algébriques forge une discipline mentale. Chaque exercice demande de suivre un raisonnement structuré, étape par étape, sans commettre d'erreur. Cette recherche de la précision et de la logique développe une capacité d'analyse utile bien au-delà des mathématiques. Elle prépare l'esprit à organiser ses pensées, à vérifier ses hypothèses et à construire des arguments solides, peu importe le domaine.

Chapitre 1 : Calcul dans l'ensemble des réels (ℝ)

1.1. Nombres irrationnels et ensemble ℝ

a. Une découverte qui dérange

Pendant longtemps, les mathématiciens grecs de l'école de Pythagore pensaient que tout nombre pouvait s'écrire comme une fraction. Pour eux, l'univers était une harmonie parfaite de nombres entiers et de leurs rapports. Un nombre comme 1,5 (soit 3/2) ou 0,2 (soit 1/5) était rassurant et logique.

Cette belle certitude s'est brisée le jour où ils ont étudié la diagonale d'un carré de côté 1. Son calcul, $\sqrt{2}$, donnait un nombre impossible à écrire en fraction. Cette découverte a provoqué une crise intellectuelle majeure. C'est ainsi que sont nés les nombres "irrationnels".

A. Nombres rationnels et irrationnels

Un nombre est dit **rationnel** s'il peut s'écrire sous la forme d'une fraction $\frac{a}{b}$.

Dans cette fraction, a est un entier relatif (positif, négatif ou nul) et b est un entier non nul. L'ensemble des nombres rationnels est noté Q. Exemples : * $7=\frac{7}{1}$ * $-0,25=-\frac{1}{4}$ * $0,333\ldots=\frac{1}{3}$

Certains nombres, cependant, ne peuvent pas être écrits de cette manière. Leur développement décimal est infini et non périodique. Ces nombres sont appelés **irrationnels**. Les exemples les plus célèbres sont la racine carrée de 2 ($\sqrt{2}$), la racine carrée de 3 ($\sqrt{3}$) ou encore le nombre Pi (π).

Figure 1 : Réf. IMG (2975-1110-8787)

Les ensembles de nombres emboîtés les uns dans les autres.

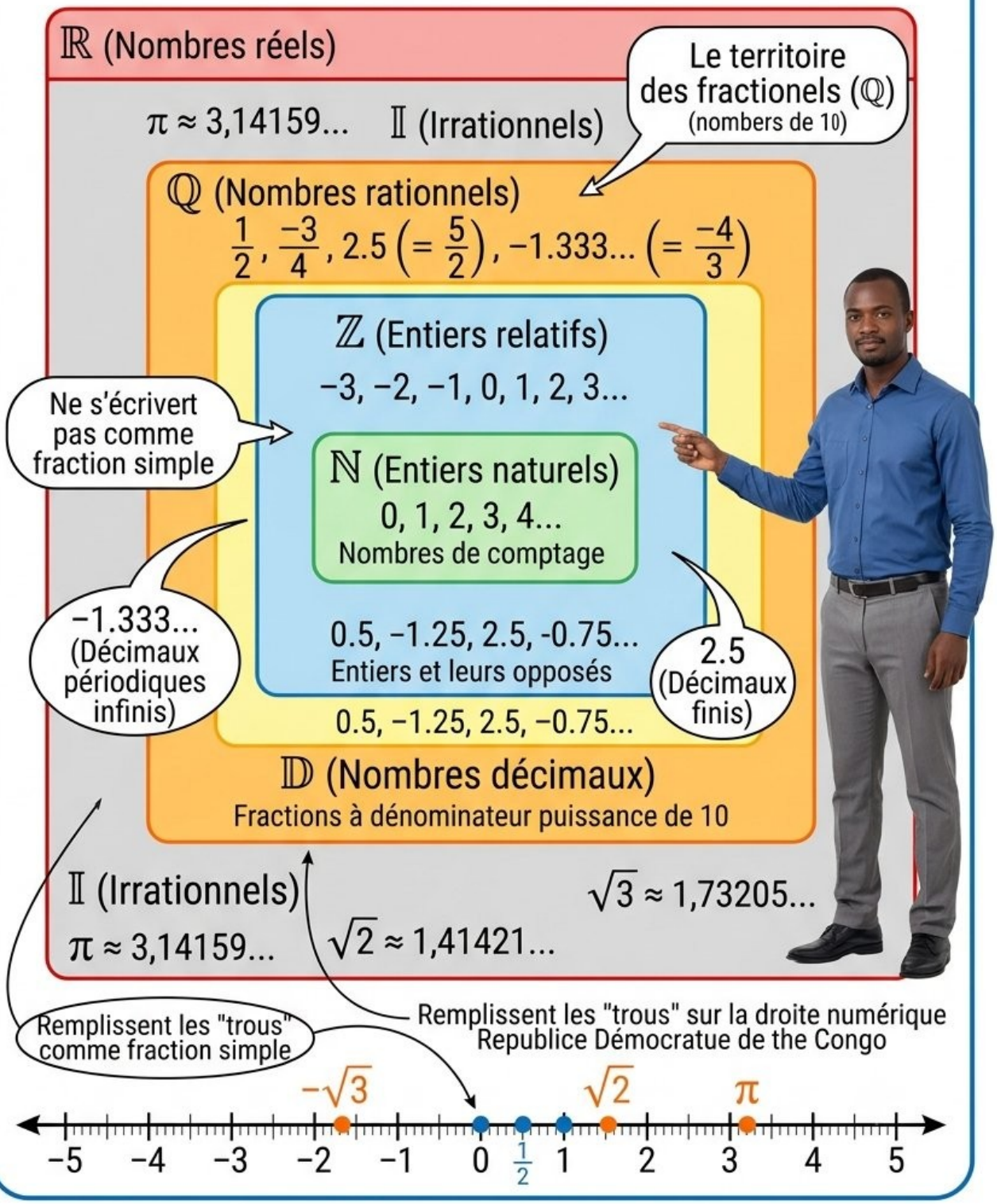


Figure 1 : Réf. IMG (2975-1110-8787)

Les ensembles de nombres emboîtés les uns dans les autres.

a. La structure des nombres

L'image montre comment les ensembles de nombres s'organisent. Le plus petit, N (entiers naturels), est contenu dans Z (entiers relatifs). Lui-même est inclus dans D (nombres décimaux), qui fait partie de l'ensemble Q (nombres rationnels). Chaque ensemble ajoute de nouvelles possibilités de calcul. L'ensemble R (réels) contient tous ces ensembles.

b. Le territoire des fractions (Q)

La grande boîte étiquetée Q représente tous les nombres qui peuvent s'écrire comme une fraction. Cela inclut les nombres entiers, les nombres décimaux qui se terminent (comme 2,5) et ceux dont les décimales se répètent à l'infini (comme 0,666…).

c. L'espace des irrationnels (I)

La zone de R qui est à l'extérieur de Q est le domaine des nombres irrationnels (I). Ces nombres comme π et $\sqrt{2}$ ne peuvent pas être exprimés par une fraction simple. Ils remplissent les "trous" laissés par les nombres rationnels sur la droite numérique.

B. L'ensemble des nombres réels ($\mathbb{R}$)

L'ensemble des nombres réels, noté R, est la réunion de tous les nombres rationnels et de tous les nombres irrationnels. Il représente la totalité des points sur une droite graduée. Il n'y a aucun "trou" dans l'ensemble R.

On peut écrire cette relation de manière symbolique :

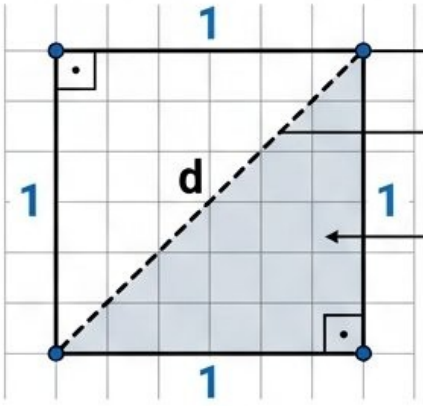
$$R = Q \cup I$$

Cette formule signifie que si l'on prend tous les nombres rationnels et qu'on y ajoute tous les nombres irrationnels, on obtient l'ensemble complet des nombres réels. Tous les nombres que nous utilisons en classe de 3ème sont des nombres réels.

Figure 2 : Réf. IMG (3622-2825-5110)

La diagonale d'un carré de côté 1 illustrant le nombre irrationnel $\sqrt{2}$

A. LE THÉORÈME DE PYTHAGORE EN ACTION



Côté: 1

Hypoténuse d

Théorème de Pythagore

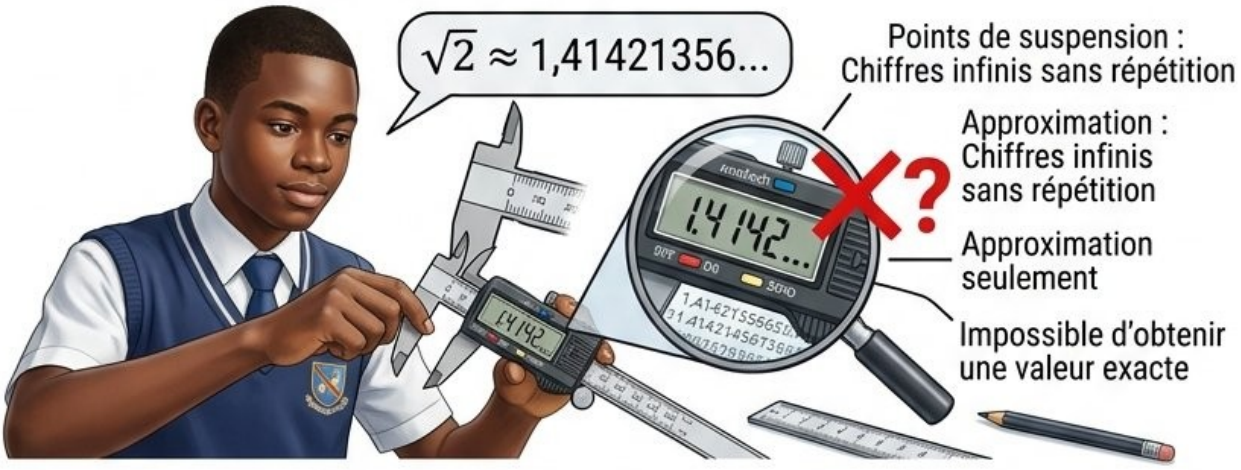
$$d^2 = 1^2 + 1^2$$

$$d^2 = 2$$

$$d = \sqrt{2}$$



B. UNE MESURE INSAISISSABLE



C. DE LA GÉOMÉTRIE À L'ALGÈBRE

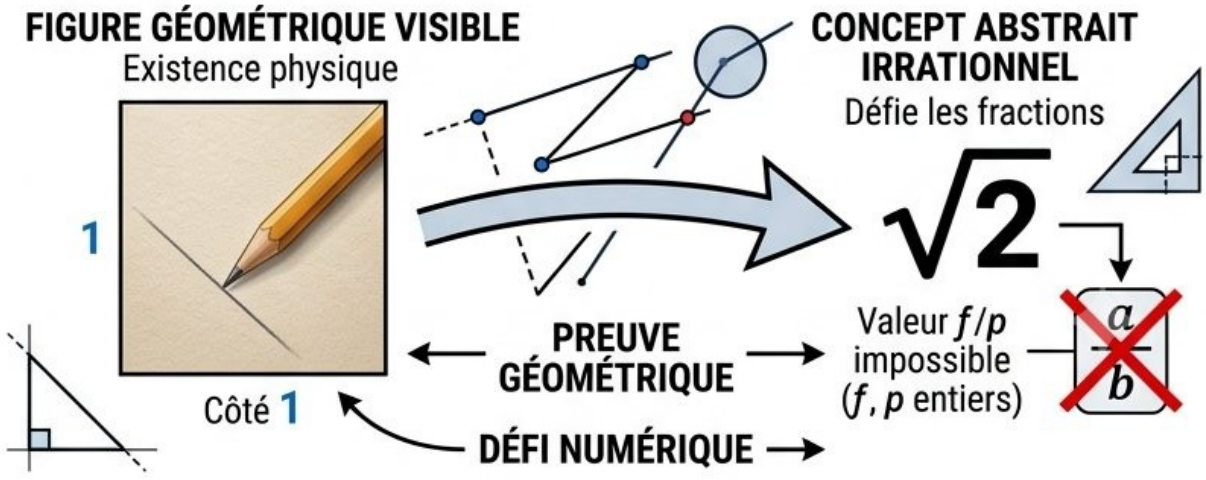


Figure 2 : Réf. IMG (3622-2825-5110)

La diagonale d'un carré de côté 1 illustrant le nombre irrationnel √2.

a. Le théorème de Pythagore en action

Cette illustration montre un carré simple dont chaque côté mesure 1 unité. La ligne pointillée est sa diagonale. En appliquant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle formé, on obtient $d^2 = 1^2 + 1^2 = 2$. La longueur de la diagonale est donc $d = \sqrt{2}$. Ce dessin simple donne naissance à un nombre célèbre.

b. Une mesure insaisissable

La valeur de $\sqrt{2}$ est approximativement $1,41421356\ldots$. Les points de suspension indiquent que les chiffres continuent à l'infini sans jamais se répéter. Si l'on essayait de mesurer cette diagonale avec une règle très précise, on n'obtiendrait jamais une valeur exacte, seulement une approximation.

c. De la géométrie à l'algèbre

Ce carré est la preuve que la géométrie peut produire des nombres qui défient les fractions. Il crée un pont direct entre une figure visible et un concept abstrait. La longueur existe physiquement, mais sa valeur numérique ne peut être écrite de manière finie ou périodique.

■ ■ ■

SCÉNARIOS ET EXERCICES

Une question de précision à Mbandaka

Papa Mavungu est un menuisier réputé à Mbandaka, dans la province de l'Équateur. Un client lui commande une grande table de réunion parfaitement carrée, de 2 mètres de côté. Pour garantir sa solidité, le client insiste pour qu'une barre de renfort métallique soit placée exactement sur l'une des diagonales. Papa Mavungu sort son cahier et applique le théorème de Pythagore.

Il calcule la longueur nécessaire : $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$. Son téléphone lui donne une valeur de $2,82842712\ldots$ mètres. Perplexe, il regarde le chiffre.

"Ce nombre-ci ne finit donc jamais ?", murmure-t-il à son apprenti. Il comprend alors qu'il a affaire à un nombre irrationnel. Dans la pratique, il devra utiliser une valeur approchée, par exemple 2,83 mètres, mais il sait que la vraie mesure est mathématiquement insaisissable.

Exercice 1 : Le champ de manioc de Maman Hélène

Énoncé : Maman Hélène possède un champ rectangulaire à Mbuji-Mayi, au Kasaï-Oriental. Le champ mesure 40 mètres de long sur 30 mètres de large. Pour faciliter le passage, elle veut installer une clôture le long de la grande diagonale. Quelle est la longueur exacte de cette clôture ? Le nombre obtenu est-il rationnel ou irrationnel ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Modéliser la situation** Le champ est un rectangle, et la diagonale le sépare en deux triangles rectangles. Les côtés du triangle sont les côtés du champ : 40 m et 30 m. La clôture est l'hypoténuse.
2. **Étape 2 : Appliquer le théorème de Pythagore** Soit d la longueur de la diagonale. On a :

$$d^2 = 40^2 + 30^2$$

3. **Étape 3 : Calculer les carrés et la somme** $d^2 = 1600 + 900 = 2500$
4. **Étape 4 : Trouver la longueur de la diagonale et conclure** $d = \sqrt{2500} = 50$. La longueur de la clôture est de 50 mètres. Le nombre 50 est un entier, il peut donc s'écrire comme une fraction (50/1). C'est un nombre rationnel.

Exercice 2 : La décoration de la parcelle à Matadi

Énoncé : À Matadi, dans le Kongo Central, la famille Ngoma refait le carrelage de sa terrasse avec des carreaux carrés de 1 mètre de côté. Un des carreaux doit être coupé parfaitement en deux le long de sa diagonale pour s'ajuster à un angle. Quelle est la longueur exacte de la découpe ? Ce nombre est-il rationnel ou irrationnel ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Identifier la figure géométrique** Le carreau est un carré de côté 1 m. La découpe est la diagonale de ce carré. On travaille donc sur un triangle rectangle dont les deux côtés de l'angle droit mesurent 1 m.

2. **Étape 2 : Appliquer le théorème de Pythagore** Soit d la longueur de la découpe. On a :

$$d^2=1^2+1^2$$

3. **Étape 3 : Calculer la somme** $d^2=1+1=2$

4. **Étape 4 : Déterminer la longueur et la nature du nombre** $d=\sqrt{2}$. La longueur de la découpe est de $\sqrt{2}$ mètres. Ce nombre est l'exemple type d'un nombre irrationnel. Son développement décimal est infini et non périodique.

1.2. Ordre, valeur absolue et distance dans $\mathbb{R}$

a. L'ordre des choses

Même si deux pirogues partent de Bumba pour Lisala sur le fleuve Congo, elles n'arrivent pas toujours en même temps. L'une peut être plus rapide, ou prendre un chemin plus direct. Il existe un ordre d'arrivée. La première pirogue est "avant" la seconde. Cette idée simple de classement est fondamentale en mathématiques.

Sur une ligne droite, un nombre est soit avant, soit après, soit au même endroit qu'un autre. Cet ordre nous permet de comparer, de ranger et de donner un sens aux positions.

A. Ordre dans l'ensemble des réels ($\mathbb{R}$)

Comparer deux nombres réels a et b, c'est déterminer leur position relative sur une droite numérique.

Un nombre a est inférieur à un nombre b, noté $a<b$, si a se trouve à gauche de b sur la droite graduée. Inversement, a est supérieur à b, noté $a>b$, si a se trouve à droite de b.

Les opérations usuelles modifient les inégalités de manière prévisible. Pour tous réels a, b, c :

- Si $a<b$, alors $a+c<b+c$. L'addition ou la soustraction ne change pas le sens de l'inégalité.
- Si $a<b$ et $c>0$, alors $ac<bc$. La multiplication par un nombre positif ne change pas le sens.

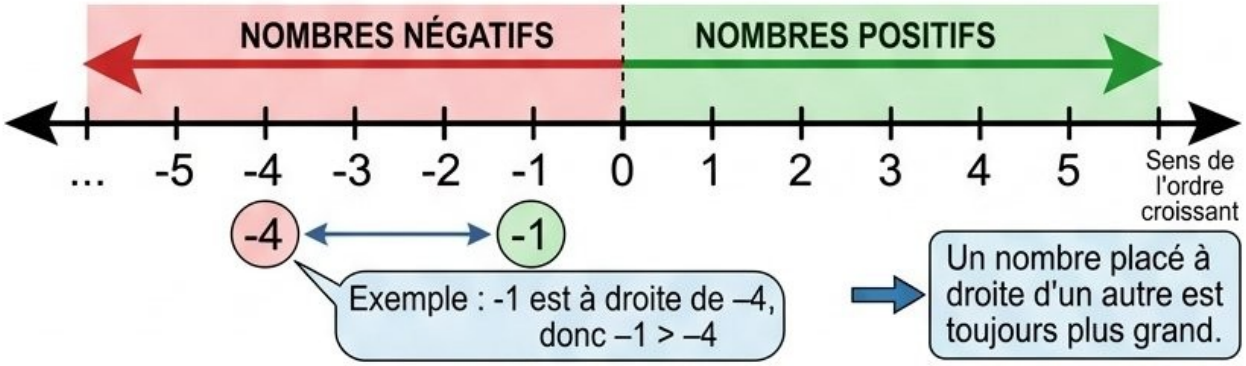
- Si $a<b$ et $c<0$, alors $ac>bc$. La multiplication par un nombre négatif **inverse** le sens de l'inégalité.

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

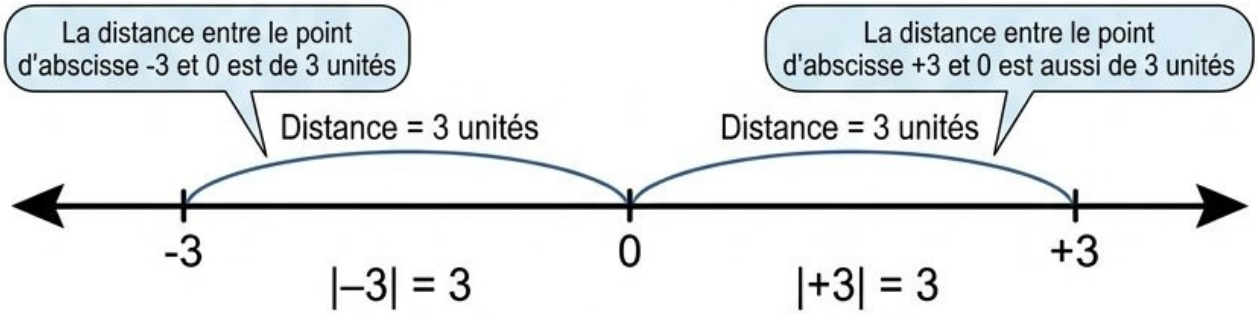
Figure 3 : Réf. IMG (5232-7077-8584)

La droite numérique graduée illustrant ordre et valeur absolue

a. La position des nombres



b. La valeur absolue comme distance



La valeur absolue d'un nombre, notée |x|, est sa distance par rapport à l'origine 0. Une distance est toujours positive ou nulle. $|x| \geq 0$

c. La distance entre deux points

La distance entre deux points A et B d'abscisses 'a' et 'b' se calcule avec la valeur absolue de leur différence : $d(A, B) = |b - a|$

L'ordre du calcul (|a–b| ou |b–a|) ne change pas le résultat.

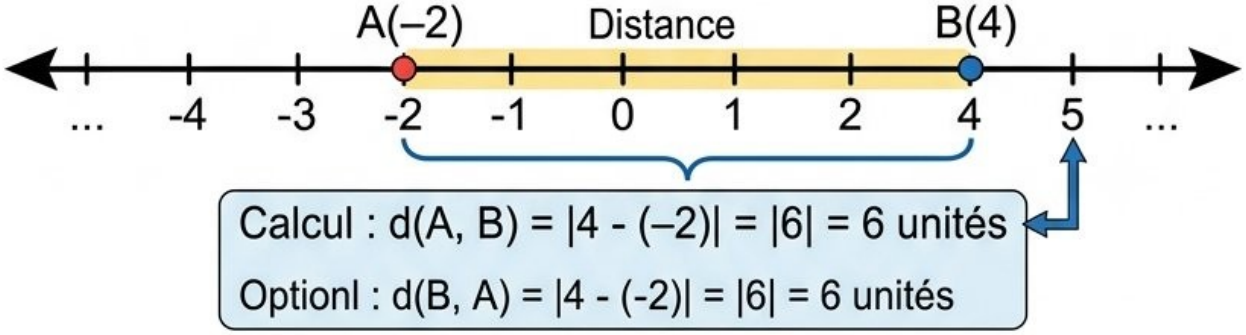


Figure 3 : Réf. IMG (5232-7077-8584)

La droite numérique graduée illustrant ordre et valeur absolue

a. La position des nombres

Cette droite horizontale représente l'ensemble des nombres réels. Le point central est l'origine, 0. Les nombres positifs sont à droite. Les nombres négatifs sont à gauche. La flèche indique le sens de l'ordre croissant. Ainsi, un nombre placé à droite d'un autre est toujours plus grand. Par exemple, -1 est à droite de -4, donc $-1>-4$.

b. La valeur absolue comme distance

La valeur absolue d'un nombre, notée $|x)$, est sa distance par rapport à l'origine 0. La distance entre le point d'abscisse -3 et 0 est de 3 unités. La distance entre le point d'abscisse +3 et 0 est aussi de 3 unités. Une distance est toujours positive ou nulle. C'est pourquoi $|-3)=3$ et $|+3)=3$.

c. La distance entre deux points

La distance entre deux points A et B d'abscisses a et b se calcule avec la valeur absolue de leur différence : $d(A,B)=|b-a)$. La distance entre le point d'abscisse -2 et le point d'abscisse 4 est $|4-(-2))=|6)=6$ unités. L'ordre du calcul ($|a-b)$ ou $|b-a)$) ne change pas le résultat.

■ ■ ■

B. Valeur absolue et distance

La valeur absolue d'un nombre réel x, notée $|x)$, mesure sa "grandeur" sans tenir compte de son signe. Elle représente la distance de ce nombre à zéro sur la droite numérique.

La définition formelle est la suivante :

- Si $x\geq 0$, alors $|x)=x$.
- Si $x<0$, alors $|x)=-x$.

Par exemple, $|8)=8$ car 8 est positif. En revanche, $|-12)=-(-12)=12$ car -12 est négatif.

La distance entre deux points A et B d'abscisses respectives a et b est le nombre positif $d(A,B)=|b-a)$. Par exemple, la distance entre un point

d'abscisse -2 à Mbandaka et un point d'abscisse 3 sur le même axe est .

SCÉNARIOS ET EXERCICES

a. Le paradoxe du commerçant de Kisangani

Un commerçant de la ville de Kisangani, sur les bords du fleuve Congo, tient ses comptes avec rigueur. Un lundi, suite à une mauvaise vente, il enregistre une perte de 50 000 francs congolais. Il note dans son cahier : -50 000 FC. Le mardi, une excellente journée lui rapporte un bénéfice net de 50 000 FC. Il note : +50 000 FC. Les deux nombres, -50 000 et +50 000, sont opposés. Ils décrivent des situations financières contraires. Pourtant, la "grandeur" de la somme en jeu, son impact sur la caisse, est identique. En valeur absolue, $|-50\,000)=|+50\,000)=50\,000$. La valeur absolue ignore la direction (gain ou perte) pour ne retenir que l'amplitude, la magnitude du mouvement financier.

Exercice 1 : Températures au Kasaï Oriental

Énoncé : Maman Alphonsine à Mbuji-Mayi note la température. Le matin, il fait $18\,°C$. À midi, la température atteint $31\,°C$. Le soir, elle chute à $15\,°C$. Calculer la variation en valeur absolue (la "distance" sur le thermomètre) entre la température du matin et celle de midi, puis entre celle de midi et celle du soir.

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Identifier les données** Les températures sont $T_{matin}=18$, $T_{midi}=31$ et $T_{soir}=15$.
2. **Étape 2 : Calculer la distance de température matin-midi** On utilise la formule de la distance : $d_1=|T_{midi}-T_{matin})$.

$$d_1=|31-18)=|13)=13\,°C$$

3. **Étape 3 : Calculer la distance de température midi-soir** On applique la même formule : $d_2=|T_{soir}-T_{midi})$.

$$d_2=|15-31)=|-16)=16\,°C$$

La température a plus varié l'après-midi que le matin.

Exercice 2 : Niveau du fleuve Congo à Matadi

Énoncé : À Matadi, dans le Kongo Central, le niveau normal du fleuve Congo est utilisé comme point de référence (niveau 0). Durant une saison sèche, le niveau descend à -2 mètres. Après de fortes pluies, il atteint une cote de $+3$ mètres. Calculer la distance verticale totale parcourue par l'eau entre son point le plus bas et son point le plus haut.

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Définir les abscisses** Le point de départ est l'abscisse $a=-2$. Le point d'arrivée est l'abscisse $b=+3$.
2. **Étape 2 : Appliquer la formule de la distance** La distance entre deux points sur un axe est donnée par la formule $d(a,b)=|b-a)$.
3. **Étape 3 : Effectuer le calcul** On remplace les valeurs dans la formule.

$$d=|3-(-2))=|3+2)=|5)=5$$

La montée totale des eaux est de 5 mètres.

1.3. Racines carrées et calculs avec radicaux

a. Le carré parfait, un ami bien caché

Lorsque les anciens Grecs ont découvert les nombres, ils pensaient que tout pouvait se mesurer avec des fractions. Un jour, en étudiant un simple carré de côté 1, ils ont calculé sa diagonale. Ils ont trouvé un nombre étrange, $\sqrt{2}$, impossible à écrire comme une fraction. Ce fut une crise ! Ce nombre "irrationnel" semblait défier la logique.

Pourtant, ces nombres, appelés radicaux, sont partout. Ils aident l'ingénieur à Boma à calculer la tension d'un câble et le menuisier à Mbandaka à tracer un angle droit parfait. Leur maîtrise est une compétence essentielle. La clé est de savoir les simplifier pour les rendre plus dociles.

A. Définition et condition d'existence

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté $\sqrt{a}$, dont le carré est égal à a.

$$(\sqrt{a})^2=a$$