Résistance des matériaux.

4è Année

Option Mécanique Générale

EDITION 2025

CONFORME AU PROGRAMME NATIONAL







TABLE DES MATIÈRES

PRÉLIMINAIRES **1**

Objectifs Pédagogiques du Cours 1

- 1. Maîtrise des concepts fondamentaux 1
- 2. Développement de la compétence analytique 1
- 3. Application au dimensionnement et à la vérification 1

Approche Didactique et Méthodologique 2

- 1. Le Triptyque : Axiome, Démonstration, Application 2
- 2. La Progression en Spirale 2
- 3. L'Évaluation par Scénarios Contextualisés 2

Contexte Industriel et Enjeux de Sécurité 2

- 1.1. Finalité Pédagogique 2
- 1.2. Articulation avec la Sécurité Publique 3
- 1.3. Posture Pédagogique Attendue 3

PARTIE I : SOLLICITATIONS COMPLEXES ET PHÉNOMÈNES D'INSTABILITÉ **4**

a. Du simple au complexe : une nouvelle réalité 4

b. La superposition des contraintes 4

c. L'instabilité de forme : le flambement 4

d. L'enjeu du dimensionnement sécuritaire 4

CHAPITRE 1 : LE FLAMBAGE DES ÉLÉMENTS COMPRIMÉS **5**

1.1. Mise en Évidence du Phénomène d'Instabilité 5

- a. L'instabilité géométrique 5
- A. Définition et Caractéristiques du Flambage 5

FIGURE 1 : RÉF. IMG (2239-1950-2682) **7**

Comparaison visuelle entre compression simple et le phénomène de flambage 7

- B. Distinction entre Compression Simple et Flambage 7

FIGURE 2 : RÉF. IMG (4778-1104-8127) **9**

Les différents modes de flambage selon les conditions d'appui 9

- L'anecdote de Papa Mbuyi, le ferrailleur de Kananga 9

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

1.2. Charges Critiques de Flambage (Théorie d'Euler et Formule de Rankine)....11
- a. La fragilité de la hauteur....11
- A. La Charge Critique d'Euler : Le Cas Idéal des Poutres Élancées....11

FIGURE 3 : RÉF. IMG (5891-0373-5069)....14

Modes de flambage d'une poutre selon ses conditions d'appui....14
- B. La Formule de Rankine : Une Approche pour le Monde Réel....14

FIGURE 4 : RÉF. IMG (6907-7077-4378)....16

Comparaison des domaines de validité des théories d'Euler et de Rankine....16
- Anecdote : Le Poteau du Marché de Matete....16

1.3. Application au Dimensionnement des Bielles et des Colonnes....19
- a. L'intuition contre la physique....19
- A. La vérification de la sécurité au flambage....19

FIGURE 5 : RÉF. IMG (1387-0403-5669)....21

Les quatre cas de longueurs de flambage selon les appuis....21
- B. La conception d'un élément comprimé....21

FIGURE 6 : RÉF. IMG (0499-5927-3603)....24

La bielle d'un moteur, une pièce comprimée typique....24
- SCÉNARIOS ET EXERCICES....24

CHAPITRE 2 : LE PRINCIPE DE SUPERPOSITION ET LA FLEXION DÉVIÉE....27

2.1. Principe de Superposition et Étude de la Flexion Déviée....27
- a. Un problème, plusieurs solutions....27
- A. Le Principe de Superposition....27

FIGURE 7 : RÉF. IMG (5200-1733-9882)....29

Décomposition des charges sur une poutre selon le principe de superposition....29
- B. Application à la Flexion Déviée....29

FIGURE 8 : RÉF. IMG (6935-7086-4393)....32

Décomposition d'une force dans le cas d'une flexion déviée....32
- C. SCÉNARIOS ET EXERCICES....32

2.2. Détermination de l'Axe Neutre et des Contraintes Maximales....35
- a. L'intuition et la réalité de la flexion....35

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- A. Position de l'Axe Neutre (AN)....35

FIGURE 9 : RÉF. IMG (9345-8344-5288)....38

Flexion déviée d'une section rectangulaire sous moment oblique M....38

- B. Contraintes Normales Maximales....38

2.3. Application : Poutre Sollicitée hors de ses Plans de Symétrie....41

- a. Le paradoxe de la charge droite et du mouvement tordu....41
- A. Décomposition de la Force Appliquée....41

FIGURE 10 : RÉF. IMG (2675-7926-9572)....43

Décomposition d'une force oblique sur une section rectangulaire....43

- B. Calcul de la Flèche et des Contraintes par Superposition....43

CHAPITRE 3 : LA FLEXION COMPOSÉE – FLEXION ET EFFORT NORMAL....46

3.1. Principe de Calcul et Distribution des Contraintes....46

- a. Introduction à la double peine des matériaux....46
- A. Le Principe de Superposition....46
- B. Distribution des Contraintes et Axe Neutre....46

FIGURE 11 : RÉF. IMG (3235-4578-8699)....49

Distribution des contraintes en flexion composée sur une section rectangulaire....49

- Scénarios et Exercices....49

3.2. Condition de Non-Traction (Cas des Matériaux non Résistants à la Traction)....51

- a. La sagesse du maçon....51
- A. La Contrainte Résultante en Flexion Composée....52
- B. L'Inéquation de Sécurité et le Noyau Central....52

FIGURE 12 : RÉF. IMG (2873-4341-2656)....54

Le noyau central d'une section rectangulaire et la répartition des contraintes....54

- Scénarios et Exercices....54

3.3. Application : Calcul d'un Poteau de Potence ou d'un Crochet....56

- a. Le paradoxe de la force décalée....56
- A. Principe de calcul et excentricité....57

FIGURE 13 : RÉF. IMG (3078-1118-9934)....59

Schéma de principe d'un poteau de potence sous charge excentrée....59

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- B. Condition de résistance et dimensionnement.....59

CHAPITRE 4 : LA TORSION ET LA FLEXION COMBINÉES.....62

4.1. Identification des Contraintes Normales et Tangentielles.....62

- a. La double peine d'une poutre.....62
- A. L'Origine des Contraintes Normales (σ).....62
- B. L'Origine des Contraintes Tangentielles (τ).....62
- C. Le Principe de Superposition.....63

4.2. Contrainte Équivalente de von Mises et Moment de Flexion Idéal.....65

- a. Le dilemme du vilebrequin.....65
- A. La Contrainte Équivalente de von Mises (σ_eq).....65

FIGURE 14 : RÉF. IMG (9827-7439-6989).....68

Représentation des contraintes sur un élément de surface d'un arbre mécanique.....68

- B. Le Moment de Flexion Idéal (M_fi).....68

4.3. Application au Dimensionnement des Arbres de Transmission.....71

- a. Le défi de la transmission de puissance.....71
- A. Identifier les sollicitations combinées.....71
- B. Le Moment de Flexion Idéal et la Formule de Dimensionnement.....72

FIGURE 15 : RÉF. IMG (9008-1971-1993).....74

Schéma d'un arbre de transmission avec ses sollicitations.....74

- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....74

PARTIE II : APPLICATION AU CALCUL DES ORGANES D'ASSEMBLAGE.....77

a. Du tas de ferraille à la structure solide.....77

b. Les héros méconnus de l'assemblage.....77

c. Cisaillement et matage : les deux grands ennemis.....77

d. Le juste dimensionnement : une question de sécurité.....77

CHAPITRE 5 : LE CALCUL DES ASSEMBLAGES VISSÉS.....78

5.1. Calcul d'une Vis en Traction et en Cisaillement.....78

- a. L'humble puissance du filetage.....78
- A. La Vis Sollicitée en Traction Simple.....78

FIGURE 16 : RÉF. IMG (7112-9237-3954).....79

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Visualisation de la contrainte de traction sur un boulon d'assemblage.....79
- B. La Vis Sollicitée en Cisaillement Simple.....79

FIGURE 17 : RÉF. IMG (4272-9066-4392).....82

Représentation du cisaillement simple d'une vis entre deux plaques.....82
- Scénarios et Exercices.....82

5.2. Calcul d'un Groupe de Boulons (Fond de Cylindre).....84
- a. Le principe de l'équipe.....84
- A. La Force de Pression à Contenir.....84
- B. La Part de Chaque Boulon.....85

FIGURE 18 : RÉF. IMG (2962-6376-0822).....87

Vue éclatée d'un fond de cylindre et ses boulons d'assemblage.....87
- C. La Condition de Résistance.....87

5.3. Le Calcul d'une Vis de Manœuvre (Cric à Vis).....89
- a. L'outil qui soulève des montagnes.....89
- A. Les Contraintes Fondamentales et la Condition de Résistance.....90

FIGURE 19 : RÉF. IMG (3711-3313-1181).....91

Schéma des efforts et dimensions clés d'une vis de cric.....91
- B. La Condition d'Irréversibilité.....91

CHAPITRE 6 : LE CALCUL DES ASSEMBLAGES PAR OBSTACLE ET ADHÉRENCE.....94

6.1. Vérification des Clavettes et des Goupilles.....94
- a. L'obstacle, une idée simple et puissante.....94
- A. Le principe de l'obstacle : Clavette et Goupille.....94

FIGURE 20 : RÉF. IMG (9490-9757-6045).....96

Schéma d'un assemblage par clavette parallèle dans un moyeu.....96
- B. Les deux modes de ruine à vérifier.....96

FIGURE 21 : RÉF. IMG (4717-9360-9376).....99

Visualisation des modes de rupture : cisaillement et matage d'une goupille.....99
- b. Condition de résistance au matage.....99
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....100

6.2. Calcul d'un Assemblage Cannelé.....102

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- a. De la clavette simple à la cannelure multiple....102
- A. Le principe de la transmission par obstacle....102

FIGURE 22 : RÉF. IMG (7418-8143-9975)....103

Géométrie et Efforts dans un Assemblage Cannelé....103
- B. Vérification au Cisaillement....103
- C. Vérification au Matage....104

FIGURE 23 : RÉF. IMG (1658-8498-2966)....106

Modes de Rupture d'une Cannelure : Cisaillement et Matage....106
- Scénarios et Exercices....106
- Une transmission en panne à Lubumbashi....106

6.3. Calcul d'un Assemblage Fretté (Interférence)....108
- a. L'art de forcer le mariage des métaux....108
- A. Principe et Notations de l'Interférence....108

FIGURE 24 : RÉF. IMG (9217-4879-6774)....111

Schéma de principe d'un assemblage par interférence avant et après montage....111
- B. Couple Transmissible par Adhérence....111

CHAPITRE 7 : LE CALCUL DES ASSEMBLAGES SOUDÉS....115

7.1. Contraintes dans un Cordon d'Angle Soumis au Cisaillement....115
- a. La fragilité cachée de l'union....115
- A. La Surface de Rupture : La Gorge du Cordon....115

FIGURE 25 : RÉF. IMG (8334-9460-5777)....117

Géométrie critique d'un cordon d'angle et sa surface de rupture....117
- B. Le Calcul de la Contrainte de Cisaillement ()....117
- SCÉNARIOS ET EXERCICES....118

7.2. Contraintes dans un Cordon d'Angle en Flexion et Torsion....119
- Pour une poignée de calculs....119
- A. La Superposition des Contraintes de Cisaillement....120
- B. Détermination et Vérification de la Contrainte Résultante....120

FIGURE 26 : RÉF. IMG (5665-3759-9953)....123

Répartition des contraintes de cisaillement sur un groupe de cordons soudés....123
- L'anecdote du châssis Fuso....123

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

7.3. Vérification d'un Groupe de Cordons de Soudure....125
- a. Un cordon isolé vs un groupe de cordons....125
- A. Centre de Surface et Transport des Efforts....125
- B. Composition des Contraintes de Cisaillement....126

PARTIE III : APPLICATION AU CALCUL DES ORGANES DE TRANSMISSION....130

a. Du concept à la machine....130

b. L'arbre de transmission, colonne vertébrale du mouvement....130

c. Assemblages et liaisons : les détails qui comptent....130

d. Le dimensionnement, finalité de l'ingénieur....130

CHAPITRE 8 : LE CALCUL DES ARBRES DE TRANSMISSION....131

8.1. Bilan des Actions Mécaniques et Tracé des Diagrammes de Sollicitations....131
- a. L'œil du mécanicien....131
- A. Isoler pour Comprendre : Le Bilan des Actions Mécaniques....131
- B. La Cohésion Interne : Effort Tranchant et Moment Fléchissant....131
- C. Le Langage des Courbes : Les Diagrammes de Sollicitations....132

8.2. Dimensionnement à la Résistance (Critère de von Mises)....134
- a. L'approche par la contrainte unique....134
- A. Le Principe des Contraintes Combinées....134

FIGURE 27 : RÉF. IMG (6947-8184-6789)....136

Visualisation des contraintes de flexion et de torsion sur un arbre....136
- B. Formule et Condition de Résistance....136

FIGURE 28 : RÉF. IMG (8431-7589-8390)....139

Diagramme du critère de von Mises comparé à la limite élastique....139
- SCÉNARIOS ET EXERCICES....139

8.3. Vérification à la Déformation (Flèche et Angle de Torsion)....141
- a. La rigidité, une exigence silencieuse....141
- A. La Vérification de la Flèche....142

FIGURE 29 : RÉF. IMG (8913-0982-6288)....144

Schéma de la déformation d'un arbre sous flexion et torsion....144
- B. La Vérification de l'Angle de Torsion....144

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

CHAPITRE 9 : LE CALCUL DES TRANSMISSIONS PAR LIENS FLEXIBLES.....148

9.1. Calcul des Tensions et Dimensionnement d'une Courroie.....148

- a. L'illusion de l'uniformité.....148
- A. Tensions et Puissance Transmissible.....148
- B. Influence de la Géométrie et de la Tension de Pose.....149

FIGURE 30 : RÉF. IMG (9394-5873-4338).....151

Schéma des forces sur une transmission par courroie trapézoïdale.....151

- Scénarios et Exercices.....151
- Un groupe électrogène récalcitrant à Mbandaka.....151

9.2. Calcul d'une Transmission par Chaîne.....154

- a. De la bicyclette à la machine industrielle.....154
- A. Grandeurs Caractéristiques d'une Chaîne.....154

FIGURE 31 : RÉF. IMG (0293-3986-7096).....155

Schéma d'une transmission par chaîne avec pignon et roue dentée.....155

- B. Critères de Dimensionnement.....155

9.3. Calcul d'un Câble de Levage.....158

- a. L'incident du port de Matadi.....158
- A. La Condition de Résistance Fondamentale.....158

FIGURE 32 : RÉF. IMG (0665-7798-7876).....160

Schéma des forces agissant sur un câble de levage vertical simple.....160

- B. Le Rôle du Coefficient de Sécurité (k).....160

FIGURE 33 : RÉF. IMG (3545-9232-8648).....162

Comparaison de deux câbles dimensionnés avec des coefficients de sécurité dif.....162

- #### b. Scénarios et Exercices.....162

CHAPITRE 10 : LE CALCUL DES ENGRENAGES.....165

10.1. Détermination des Efforts sur les Dents (Tangentiel, Radial).....165

- a. Le secret mécanique des anciens.....165
- A. La Force Tangentielle () : L'Effort Utile.....165
- B. La Force Radiale () : L'Effort de Séparation.....165
- C. La Relation Trigonométrique des Efforts.....166
- Scénarios et Exercices.....166

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

10.2. Calcul de la Résistance de la Dent à la Flexion (Formule de Lewis).....168
- a. L'intuition de Wilfred Lewis.....168
- A. Le Modèle de la Poutre Encastrée.....168

FIGURE 34 : RÉF. IMG (3773-5266-6955).....171

Modélisation d'une dent d'engrenage comme une poutre encastrée selon Lewis.....171
- B. La Formule de Lewis et le Facteur de Forme Y.....171

FIGURE 35 : RÉF. IMG (5785-8262-2813).....174

Représentation schématique des variables clés dans la formule de Lewis.....174
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....174

10.3. Vérification de la Pression de Contact (Pression de Hertz).....176
- a. Le paradoxe de la surface.....176
- A. Modélisation du contact et définition.....176

FIGURE 36 : RÉF. IMG (3436-1868-3488).....179

Modélisation du contact entre deux dents d'engrenage selon Hertz.....179
- B. Formule de calcul et condition de résistance.....179

FIGURE 37 : RÉF. IMG (1019-3816-5988).....182

Représentation schématique des variables pour le calcul de la pression de Hertz.....182
- SCÉNARIOS ET EXERCICES.....182

10.4. Calcul des Efforts sur les Paliers de l'Arbre.....184
- a. Les forces cachées.....184
- A. Décomposition des Efforts de l'Engrenage.....185
- B. Application du Principe Fondamental de la Statique (PFS).....185

FIGURE 38 : RÉF. IMG (1612-5156-1118).....186

Décomposition des efforts sur un arbre supporté par deux paliers.....186
- L'anecdote du mécanicien de Kisangani.....186

PARTIE IV : APPLICATION AU CALCUL DES ORGANES DE MACHINES SPÉCIFIQUES.....189

a. De la théorie à l'atelier.....189

b. Les organes de machine sous la loupe.....189

c. La combinaison des sollicitations simples.....189

d. L'objectif final : dimensionner et vérifier.....189

CHAPITRE 11 : LE CALCUL DES ORGANES DE GUIDAGE.....190

11.1. Calcul des Paliers Lisses et Sélection des Roulements.....190

- a. L'art de la rotation contrôlée.....190
- A. Le Palier Lisse : Le calcul par la pression diamétrale.....190
- B. Le Roulement : La sélection par la durée de vie.....191

FIGURE 39 : RÉF. IMG (1592-5685-3161).....193

Comparaison structurelle d'un palier lisse et d'un roulement à billes.....193

- Anecdote : Le secret du ventilateur de grand-mère à Mbandaka.....193

11.2. Vérification des Bagues et des Portées.....195

- a. Le cauchemar des paliers grippés.....195
- A. La Pression de Matage : Définition et Calcul.....195

FIGURE 40 : RÉF. IMG (1872-4812-5803).....197

Représentation de la surface projetée d'un palier lisse (bague et arbre).....197

- B. La Pression Admissible () : Le Garde-Fou du Concepteur.....197

FIGURE 41 : RÉF. IMG (5704-2381-4795).....200

Tableau comparatif de pressions admissibles selon les matériaux et la lubrifi.....200

- b. La pompe à eau de la GECAMINES et la bague en bronze.....200

11.3. Calcul de la Rigidité des Glissières.....202

- a. L'héritage de la précision.....202
- A. Définition et Formalisation de la Rigidité.....203
- B. Paramètres influençant la Rigidité d'une Glissière.....203

CHAPITRE 12 : LE CALCUL DES ORGANES DE LEVAGE.....206

12.1. Calcul d'un Crochet de Levage.....206

- a. Une histoire de forme et de force.....206
- A. La double sollicitation : traction et flexion.....206

FIGURE 42 : RÉF. IMG (7025-4765-1621).....208

Schéma de principe d'un crochet de levage avec ses sollicitations.....208

- B. Le calcul de la contrainte maximale.....208

FIGURE 43 : RÉF. IMG (6560-4355-3288).....211

Focus sur la section trapézoïdale d'un crochet et ses paramètres.....211

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- C. Scénarios et Exercices....211

12.2. Calcul du Tambour d'un Treuil et de la Dent de Roue à Rochet....213

- a. Le secret de la puissance démultipliée....213
- A. Dimensionnement du Tambour de Treuil....213

FIGURE 44 : RÉF. IMG (1745-2743-0046)....215

Schéma des forces de compression sur un tambour de treuil....215

- B. Vérification de la Dent de Roue à Rochet....215

FIGURE 45 : RÉF. IMG (7254-6825-9817)....217

Modélisation d'une dent de roue à rochet en flexion....217

- Scénarios et Exercices....217

12.3. Calcul du Châssis d'un Appareil de Levage....219

- a. Le squelette de l'engin....219
- A. Modélisation et Actions Mécaniques....220

FIGURE 46 : RÉF. IMG (8338-4335-9625)....221

Modélisation d'un châssis de palan sur deux appuis simples....221

- B. Critères de Vérification....221
- SCÉNARIOS ET EXERCICES....222

CHAPITRE 13 : LE CALCUL DES ORGANES DE MOTEURS ET MÉCANISMES....225

13.1. Calcul du Corps d'une Bielle au Flambage....225

- a. Le maillon faible....225
- A. La Bielle : Un Pieu Soumis à la Compression....225
- B. Modélisation selon la Théorie d'Euler....225

FIGURE 47 : RÉF. IMG (0893-1968-0145)....227

Schéma d'une bielle et des conditions d'articulation pour le flambage....227

- C. Le Coefficient de Sécurité....227

13.2. Calcul de l'Axe de Piston et du Maneton du Vilebrequin....230

- a. Les héros invisibles du moteur....230
- A. Vérification de l'Axe de Piston....230

FIGURE 48 : RÉF. IMG (2249-9605-9940)....232

Schéma de l'axe de piston montrant les forces et les appuis....232

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

- B. Dimensionnement du Maneton du Vilebrequin.....232

FIGURE 49 : RÉF. IMG (7651-9837-6762).....234

Vue en coupe du maneton de vilebrequin et de la bielle.....234

- b. Scénarios et Exercices.....234

13.3. Calcul d'un Ressort de Soupape.....236

- a. Le cœur invisible du moteur.....236
- A. Forces et Déformations du Ressort.....236
- B. Contrainte de Cisaillement et Dimensionnement.....237

FIGURE 50 : RÉF. IMG (2157-1904-7676).....239

Anatomie et paramètres d'un ressort de soupape hélicoïdal.....239

- b. Le secret du vieux mécanicien de Matadi.....239

ANNEXES.....243

Formulaire de Résistance des Matériaux Appliquée.....243

- A. Notations et Grandeurs Fondamentales.....243
- B. Propriétés Géométriques des Sections Planes.....243
- C. Traction et Compression Axiale.....244
- D. Cisaillement Simple.....245
- E. Torsion Simple (Sections circulaires pleines ou creuses).....245
- F. Flexion Plane Simple.....245
- G. Flambement (Instabilité de forme).....246

Tableau des Propriétés des Matériaux et Coefficients de Sécurité.....247

- A. Définitions des Propriétés Mécaniques Fondamentales.....247
- B. Valeurs Indicatives des Propriétés pour Matériaux Courants.....248
- C. Coefficient de Sécurité (s ou).....249

Aide-Mémoire pour le Calcul des Engrenages.....250

- A. Géométrie de la Denture (Engrenages cylindriques à denture droite).....250
- B. Relations Cinématiques et Géométriques.....251
- C. Conditions de Fonctionnement et de Conception.....251
- D. Éléments de Calcul de Résistance (Formule de Lewis).....252

PRÉLIMINAIRES

Objectifs Pédagogiques du Cours

1. Maîtrise des concepts fondamentaux

Le premier objectif est la consolidation des savoirs théoriques en Résistance des Matériaux. L'élève doit acquérir une définition précise et opératoire des notions de contrainte (σ) et de déformation (ε). Sa maîtrise de la loi de Hooke et du diagramme contrainte-déformation pour les matériaux usuels est indispensable. Cette base assure la compréhension des phénomènes physiques internes régissant le comportement des poutres soumises aux sollicitations simples : traction, compression, cisaillement, torsion et flexion simple.

2. Développement de la compétence analytique

Le deuxième objectif concerne le développement des compétences de calcul et d'analyse. L'élève doit savoir modéliser un problème structurel, isoler un système matériel et appliquer rigoureusement les équations de la statique. Le tracé et l'interprétation des diagrammes des efforts internes (effort tranchant et moment fléchissant) constituent une compétence centrale. La finalité est une résolution méthodique des cas d'étude, menant au calcul des contraintes maximales dans les sections critiques d'une structure.

3. Application au dimensionnement et à la vérification

Le troisième objectif est d'ordre applicatif, préparant à la pratique technique. L'apprenant doit être capable de transposer les résultats analytiques en décisions concrètes. Cela inclut deux démarches essentielles. La première est le dimensionnement : déterminer les caractéristiques géométriques d'une pièce pour qu'elle résiste à un chargement donné. La seconde est la vérification : s'assurer qu'une pièce existante supporte les sollicitations en respectant un coefficient de sécurité imposé. Cette compétence finale prépare aux exigences de l'Examen d'État.

Approche Didactique et Méthodologique

1. Le Triptyque : Axiome, Démonstration, Application

La progression didactique de chaque chapitre suit un triptyque immuable : axiome, démonstration, application. L'axiome pose la loi physique ou le principe fondamental de manière concise. La démonstration développe le calcul et la logique sous-jacente, fournissant à l'enseignant les outils pour justifier le principe. L'application immédiate ancre la théorie dans un cas d'étude simple et résolu. Cette séquence garantit une assimilation structurée, du concept abstrait à sa première matérialisation.

2. La Progression en Spirale

La complexité des notions est volontairement graduelle et suit une progression en spirale. Un concept fondamental comme la contrainte normale est d'abord étudié isolément. Des chapitres ultérieurs le réintègrent en ajoutant le cisaillement, puis la torsion, et enfin les sollicitations composées. Cette méthode permet de consolider les acquis à chaque étape avant d'introduire une nouvelle couche de complexité. L'élève construit son savoir sur des bases solides et réactivées.

3. L'Évaluation par Scénarios Contextualisés

Les exercices et scénarios dépassent la simple application numérique. Ils sont conçus comme des études de cas miniatures, ancrées dans des problématiques techniques plausibles (poutre pour un petit pont dans le Kwilu, support de moteur à Boma). L'objectif est de transiter d'un savoir calculatoire à une compétence d'analyse. L'enseignant est invité à utiliser ces scénarios pour évaluer la capacité de l'élève à modéliser un problème réel, à identifier les hypothèses pertinentes et à justifier ses choix de calcul.

Contexte Industriel et Enjeux de Sécurité

1.1. Finalité Pédagogique

La Résistance des Matériaux (RDM) est le fondement technique de la sécurité structurelle. Son enseignement en 4ème Année Mécanique Générale prépare les futurs techniciens à des responsabilités concrètes, où la rigueur du calcul conditionne la fiabilité des ouvrages et des machines. Le développement industriel de la RDC, du secteur minier du Lualaba aux projets d'infrastructures du Kongo Central, dépend directement de la maîtrise de cette discipline.

L'enjeu est de doter les élèves d'une compétence qui dépasse le cadre scolaire pour devenir un outil de développement économique et de souveraineté technique.

1.2. Articulation avec la Sécurité Publique

Intrinsèquement, chaque calcul de RDM est un acte préventif. Une poutre mal dimensionnée sur un pont à Kisangani ou un assemblage défaillant sur un chantier à Mbuji-Mayi entraînent des risques matériels et humains inacceptables. L'étude de la RDM inculque une éthique de la rigueur. L'erreur de calcul y est synonyme de danger potentiel. Cette discipline forme donc l'élève à quantifier le risque et à l'anticiper par le dimensionnement correct des pièces mécaniques, garantissant ainsi la sécurité des biens et des personnes.

1.3. Posture Pédagogique Attendue

L'objectif pédagogique dépasse la simple application de formules. Il vise à former des esprits capables d'évaluer un risque, de justifier un coefficient de sécurité et de comprendre les implications de leurs choix techniques. La démarche pédagogique doit amener l'élève à lier la validité d'un calcul à la sécurité future d'un ouvrage, transformant ainsi la résolution d'exercices en un acte de prévision et de responsabilité. La compétence finale est moins la résolution mathématique que le jugement technique éclairé.

Partie I : Sollicitations Complexes et Phénomènes d'Instabilité

a. Du simple au complexe : une nouvelle réalité

Une poutre subit rarement une seule sollicitation pure. La traction, la compression ou la torsion isolées sont des cas d'école. Le monde réel superpose les efforts. Une pièce mécanique est souvent tirée et tordue en même temps. Un poteau peut être comprimé tout en subissant une flexion due au vent. Cette partie du cours aborde précisément ces situations concrètes et multiples.

b. La superposition des contraintes

La sollicitation composée est la somme de plusieurs sollicitations simples agissant simultanément sur un même solide. Un arbre de transmission d'un camion MAN à Boma subit la torsion du moteur. Son propre poids et celui des paliers y ajoutent une flexion. Les contraintes de torsion s'additionnent donc aux contraintes de flexion en certains points de la section. Le calcul devient plus fin.

c. L'instabilité de forme : le flambement

Une pièce élancée soumise à une compression intense peut brutalement fléchir. Ce phénomène se nomme le flambement. La matière ne rompt pas. La structure perd sa géométrie rectiligne et devient instable. Une simple colonne de galerie à Kisangani, si elle est trop fine pour sa hauteur, risque ce type de défaillance bien avant que l'acier ou le béton atteigne sa limite de rupture.

d. L'enjeu du dimensionnement sécuritaire

La maîtrise des sollicitations complexes et du flambement est une compétence clé du technicien. Elle permet de dimensionner juste. Dimensionner juste signifie garantir la sécurité des personnes et des biens sans gaspiller la matière. Une ferme de toiture à Kananga doit résister au vent (flexion) et à son propre poids (compression), sans se déformer ni s'effondrer. L'économie et la sécurité sont liées.

Chapitre 1 : Le Flambage des Éléments Comprimés

1.1. Mise en Évidence du Phénomène d'Instabilité

a. L'instabilité géométrique

Un des faits les plus contre-intuitifs en résistance des matériaux concerne la compression. Une pièce longue et fine, comme une règle d'écolier ou une tige métallique, ne se contente pas de s'écraser sous une charge. Passé un certain seuil, elle se dérobe brusquement sur le côté.

Ce phénomène de déformation latérale soudaine est le flambage. Il ne s'agit pas d'une rupture de la matière elle-même, mais d'une perte de stabilité de la forme. C'est une instabilité de nature purement géométrique, où la structure choisit un chemin de moindre effort pour dissiper l'énergie.

A. Définition et Caractéristiques du Flambage

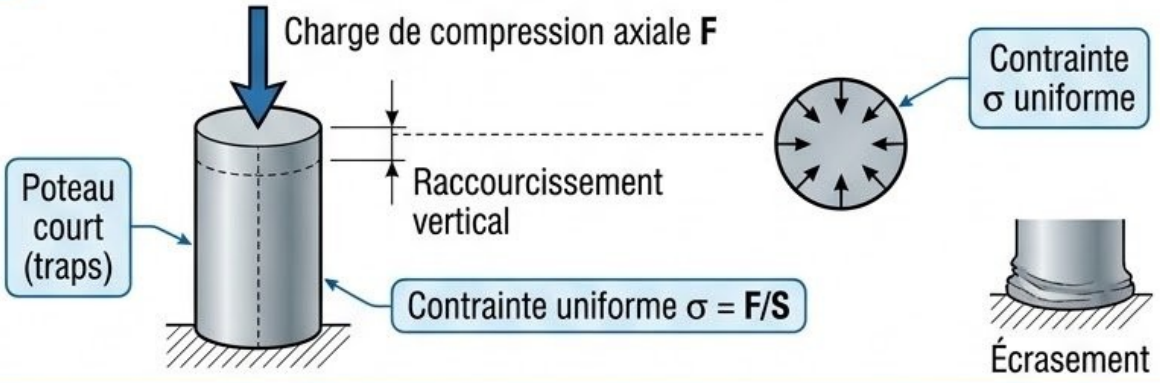
Le flambage est une instabilité élastique. Il apparaît sur des éléments élancés soumis à un effort normal de compression. Au lieu de se tasser uniformément, la pièce fléchit transversalement, perdant sa rectitude initiale. Cette déformation se produit sans que la contrainte de compression atteigne la limite d'élasticité du matériau.

La charge à partir de laquelle ce phénomène se déclenche est la "charge critique de flambage". En dessous de cette charge, la poutre reste droite et stable. Au-delà, la moindre imperfection géométrique ou perturbation suffit à amorcer la flexion latérale.

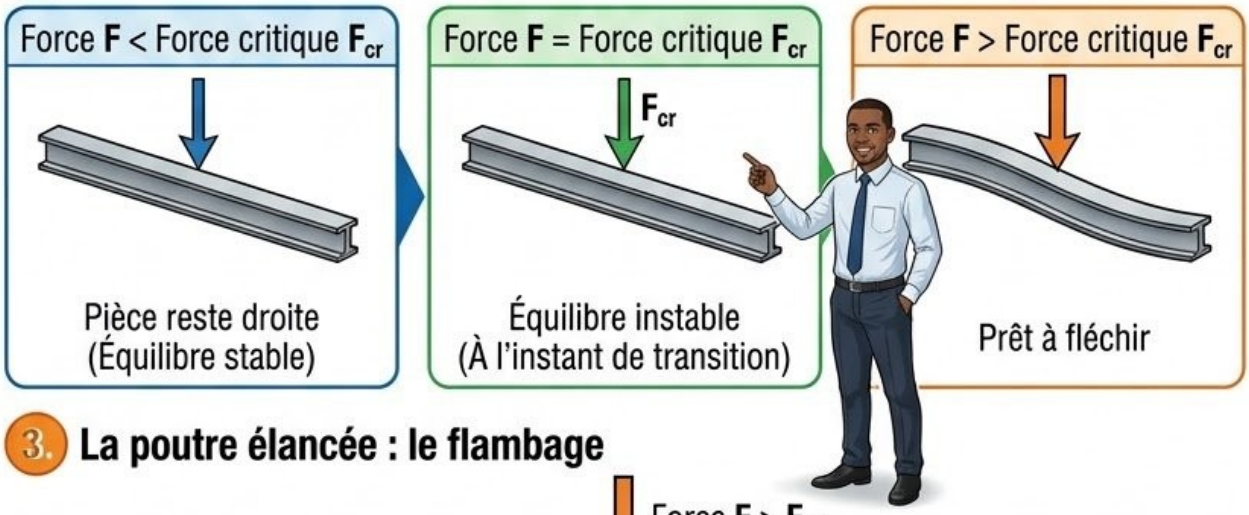
Figure 1 : Réf. IMG (2239-1950-2682)

Comparaison visuelle entre compression simple et le phénomène de flambage

1. Le poteau court : la compression pure



2. La transition : la charge critique



3. La poutre élancée : le flambage

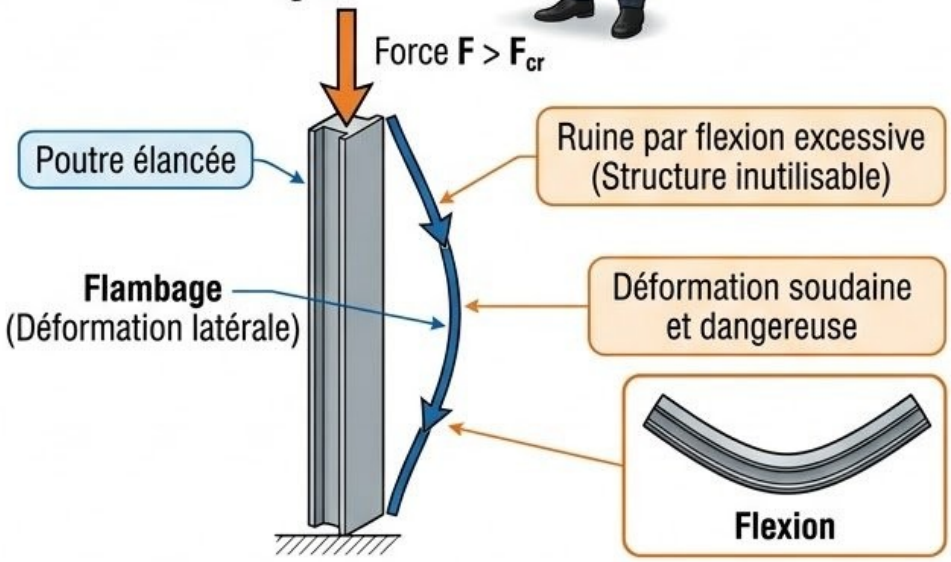


Figure 1 : Réf. IMG (2239-1950-2682)

Comparaison visuelle entre compression simple et le phénomène de flambage

a. Le poteau court : la compression pure

Un poteau court et trapu soumis à une charge de compression axiale F se comporte de manière prévisible. Il se raccourcit verticalement. Sa section transversale subit une contrainte uniforme $\sigma = F/S$. La ruine se produira par écrasement si la contrainte dépasse la limite de résistance du matériau. Il n'y a pas de flexion latérale.

b. La transition : la charge critique

Pour une pièce élancée, il existe une charge précise, nommée charge critique F_{cr}. Tant que la force de compression F reste inférieure à F_{cr}, la pièce reste droite. À l'instant où F atteint F_{cr}, l'équilibre devient instable. La pièce est prête à fléchir.

c. La poutre élancée : le flambage

Dès que la charge F dépasse très légèrement la charge critique F_{cr}, la poutre se déforme latéralement de manière significative. Elle "flambe". La ruine n'est plus due à l'écrasement, mais à une flexion excessive qui rend la structure inutilisable. Cette déformation est soudaine et dangereuse.

B. Distinction entre Compression Simple et Flambage

La nature de la ruine d'un élément comprimé dépend de son élancement. L'élancement est le rapport entre la longueur de la pièce et une dimension caractéristique de sa section droite.

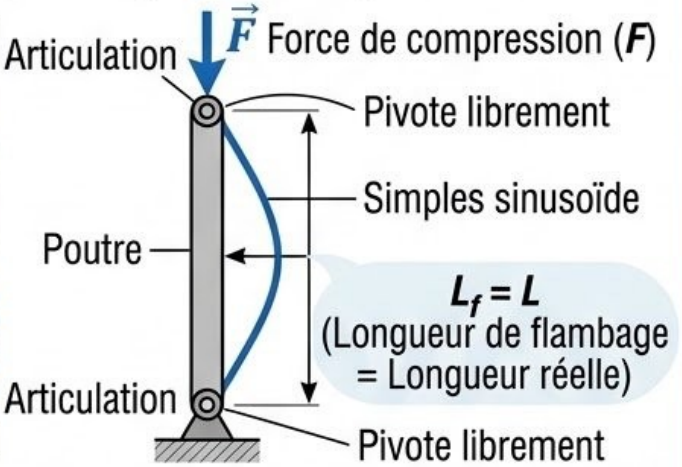
- **Pièces courtes et massives :** Leur élancement est faible. Elles se rompent par écrasement sous l'effet d'une contrainte de compression excessive. C'est le cas d'un poteau de clôture en béton à Matadi.
- **Pièces longues et fines :** Leur élancement est élevé. Elles se ruinent par instabilité de forme, c'est-à-dire par flambage, bien avant que la contrainte d'écrasement soit atteinte. C'est le cas d'une fine antenne de télécommunication à Kisangani.

Figure 2 : Réf. IMG (4778-1104-8127)

Les différents modes de flambage selon les conditions d'appui

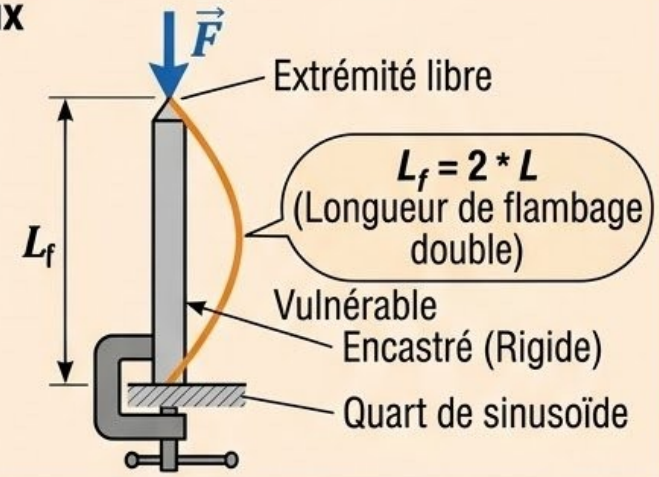
a. Articulé-Articulé : la courbe de base (Cas d'Euler)





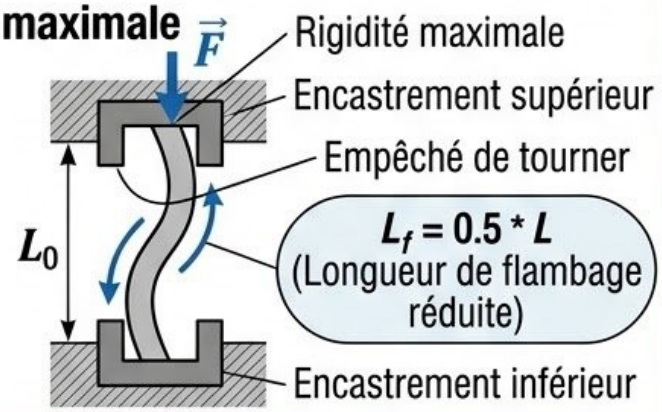
b. Encastré-Libre : le porte-à-faux





c. Encastré-Encastré : la rigidité maximale





a. Articulé-Articulé		b. Encastré-Libre		c. Encastré-Encastré	
F_{c1}	$L_f = L$	$0.25 * F_{c1}$	$L_f = 2 \cdot L$	$4 * F_{c1}$	$L_f = 0.5L$

Figure 2 : Réf. IMG (4778-1104-8127)

Les différents modes de flambage selon les conditions d'appui

a. Articulé-Articulé : la courbe de base

Lorsque la poutre est articulée à ses deux extrémités (elle peut pivoter librement), elle flambe en formant une simple sinusoïde sur toute sa longueur. C'est le cas de référence, appelé cas d'Euler. La longueur de flambage est égale à la longueur réelle de la poutre.

b. Encastré-Libre : le porte-à-faux

Une poutre encastrée à sa base et libre à son sommet flambe comme une tige plantée dans le sol. Elle est beaucoup moins stable. La déformation ressemble à un quart de sinusoïde. La longueur de flambage est le double de sa longueur réelle, ce qui la rend très vulnérable.

c. Encastré-Encastré : la rigidité maximale

Si les deux extrémités sont totalement encastrées (empêchées de tourner), la poutre est beaucoup plus rigide. Elle flambe en formant une courbe en "S". Les encastrements la forcent à rester droite près des appuis. La longueur de flambage est réduite à la moitié de la longueur réelle de la poutre.

L'anecdote de Papa Mbuyi, le ferrailleur de Kananga

Sur un chantier dans la commune de Nganza, le jeune stagiaire Fiston devait installer des étais temporaires pour soutenir une petite dalle en béton. Il choisit de longues barres d'armature de 8 mm de diamètre, très fines, car elles étaient disponibles et légères. Papa Mbuyi, le chef ferrailleur, l'arrêta net. "Fiston, oza na bilongi ya mayele, mais lelo olingi kosala niongo. (Tu as l'air intelligent, mais aujourd'hui tu veux nous endetter)". Fiston ne comprenait pas, pensant que l'acier était assez solide. Papa Mbuyi prit une barre, la posa au sol et appuya dessus avec son pied en son milieu. La barre se plia immédiatement. "Tu vois ? Le métal ne va pas casser, mais il va fuir sur le côté. Il va 'danser'. Ça, c'est le flambage. Ta dalle va tomber avant même que le béton ne sèche."

Exercice 1 : Le choix du pilier à Bunia

Énoncé : Anifa, étudiante en génie civil, doit choisir un pilier en acier pour soutenir une petite toiture. Elle a le choix entre deux profils de même masse (donc de même quantité de matière) : - Pilier A : Un carré plein de section 50 mm x 50 mm. - Pilier B : Un tube creux de section circulaire avec un grand diamètre.

Lequel de ces deux piliers résistera le mieux au flambage ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Identifier le critère de résistance au flambage** La résistance au flambage ne dépend pas directement de l'aire de la section, mais de sa géométrie. Le paramètre clé est le moment quadratique (ou moment d'inertie) I, qui mesure la répartition de la matière autour du centre de gravité de la section. Un I élevé signifie une grande rigidité en flexion, donc une meilleure résistance au flambage.

2. **Étape 2 : Comparer les moments quadratiques** Pour une même quantité de matière, le tube creux (Pilier B) répartit son acier loin de l'axe central. Le carré plein (Pilier A) concentre sa matière près du centre. Le moment quadratique d'une section augmente très rapidement avec l'éloignement de la matière par rapport à l'axe. Le tube aura donc un moment quadratique I_B bien supérieur à celui du carré plein I_A.

3. **Étape 3 : Conclure sur le choix optimal** Puisque la charge critique de flambage est directement proportionnelle au moment quadratique ($F_{cr} \propto I$), le pilier B (tube creux) sera beaucoup plus résistant au flambage que le pilier A (carré plein), pour une même masse et une même longueur.

Exercice 2 : La mésaventure du jeune technicien à Boma

Énoncé : Un technicien de maintenance au port de Boma utilise une longue tige en aluminium de 2 mètres (diamètre 10 mm) pour pousser une pièce mécanique avec une force de 50 N. La tige se plie dangereusement sans qu'il y parvienne. Un collègue plus expérimenté lui donne une tige du même matériau et du même diamètre, mais longue de 1 mètre seulement. Avec cette nouvelle tige, il réussit à pousser la pièce sans aucun problème. Pourquoi ?

Résolution pas-à-pas :

1. **Étape 1 : Analyser le paramètre changeant** Le matériau (aluminium), la section (diamètre 10 mm) et les conditions d'appui (tenu à la main, poussant un objet) sont identiques. Le seul paramètre qui change est la longueur L de la tige, qui passe de 2 m à 1 m.
2. **Étape 2 : Relier la longueur à la charge critique** La théorie du flambage (formule d'Euler) montre que la charge critique de flambage F_{cr} est inversement proportionnelle au carré de la longueur de flambage L_k. Pour un cas simple, L_k est proportionnel à L. Donc :

$$F_{cr} \propto \frac{1}{L^2}$$

3. **Étape 3 : Expliquer le résultat** En divisant la longueur de la tige par deux (de 2 m à 1 m), la charge critique de flambage est multipliée par $2^2=4$. La tige de 1 mètre est quatre fois plus résistante au flambage que la tige de 2 mètres. La charge critique de la première tige était inférieure à 50 N, provoquant le flambage. Celle de la seconde tige était devenue bien supérieure à 50 N.

1.2. Charges Critiques de Flambage (Théorie d'Euler et Formule de Rankine)

a. La fragilité de la hauteur

Pendant la construction du Pont Maréchal au Kongo Central, les ingénieurs ont calculé chaque pilier avec une précision extrême. Une erreur sur la charge qu'un poteau peut supporter avant de se plier soudainement, même légèrement, aurait été catastrophique. Cette analyse est au cœur de la sécurité des grandes structures.

Cette flexion brutale, bien avant que le matériau ne se casse, est le phénomène de flambage. Elle ne dépend pas seulement de la résistance du métal, mais surtout de la géométrie de la pièce. Sa longueur et la forme de sa section transversale sont les facteurs déterminants.

A. La Charge Critique d'Euler : Le Cas Idéal des Poutres Élancées

La théorie d'Euler fournit un moyen de calculer la charge de compression maximale qu'une colonne longue et mince peut supporter sans flamber. Cette approche est fondamentale. Elle repose sur des hypothèses précises : la poutre

est parfaitement droite, le matériau est homogène et la charge est appliquée exactement au centre de la section.

La charge critique d'Euler (P_{cr}) est donnée par la formule suivante :

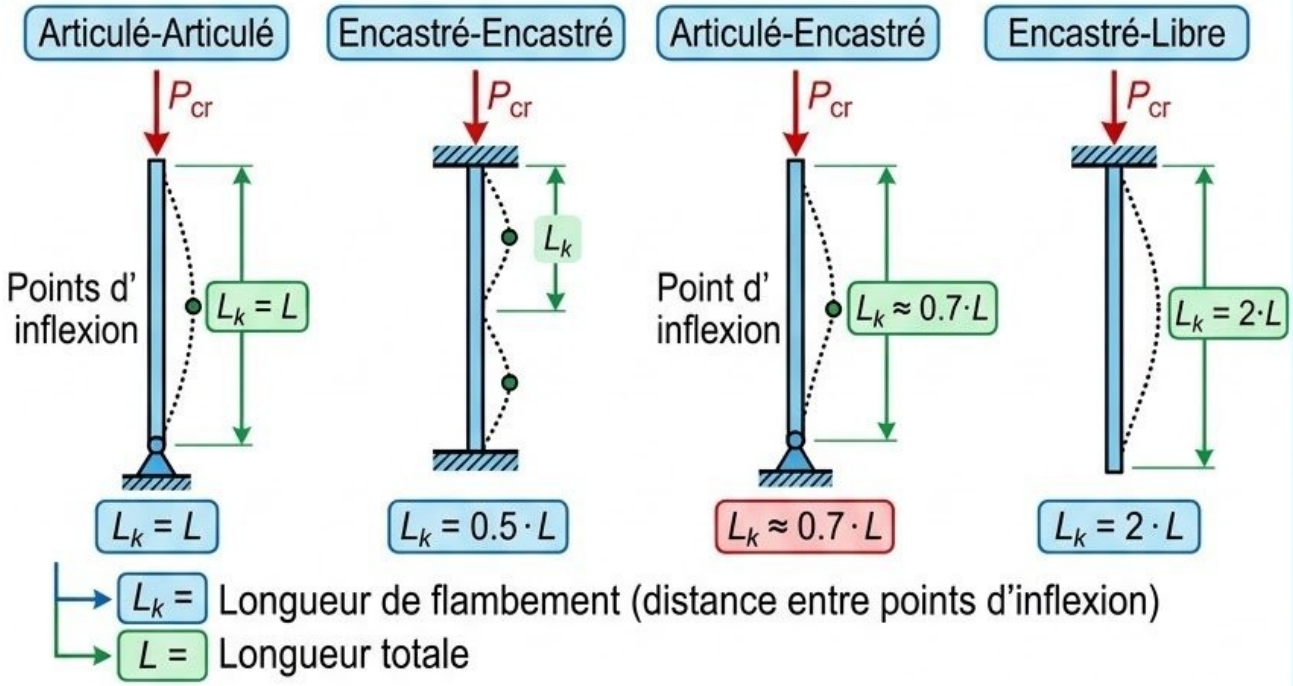
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L_k^2}$$

Chaque terme de cette équation a une signification physique directe : - P_{cr} est la charge critique de flambage, exprimée en Newtons (N). - E est le module d'élasticité du matériau (Module de Young), en Pascals (Pa). - I est le moment d'inertie minimal de la section transversale, en mètres à la puissance quatre (m^4). - L_k est la longueur de flambement, qui dépend des conditions d'appui aux extrémités de la poutre.

Figure 3 : Réf. IMG (5891-0373-5069)

Modes de flambage d'une poutre selon ses conditions d'appui

a. Les quatre cas de figure

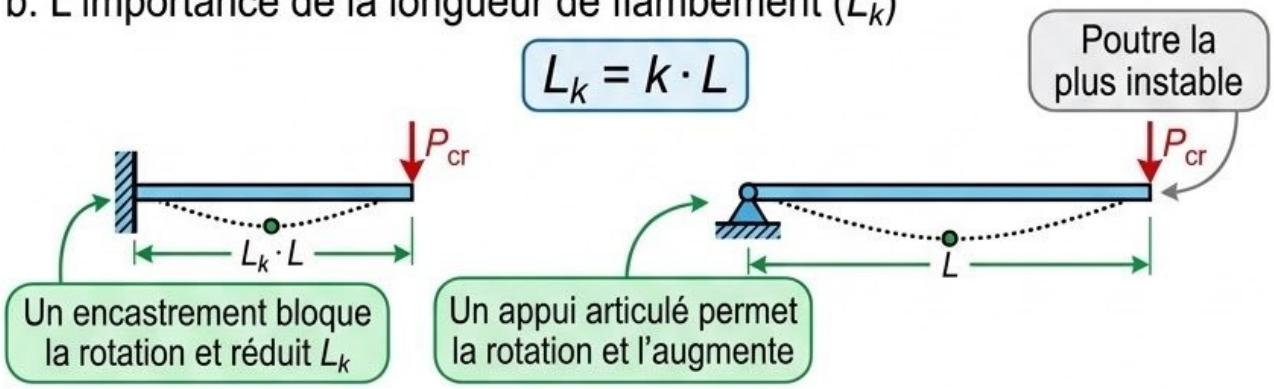


L_k = Longueur de flambement (distance entre points d'inflexion)

L = Longueur totale

b. L'importance de la longueur de flambement (L_k)

$$L_k = k \cdot L$$



c. L'impact sur la charge critique

$$P_{cr} \propto 1/L_k^2$$

- Poutre Encastrée-Encastrée ($L_k = 0.5L$)
- Poutre Articulée-Articulée ($L_k = L$)



Encastrée-Encastrée : Supporte **x4** de charge critique comparé de même dimensions

Le choix des liaisons : Une décision d'ingénierie cruciale

Figure 3 : Réf. IMG (5891-0373-5069)

Modes de flambage d'une poutre selon ses conditions d'appui

a. Les quatre cas de figure

L'analyse visuelle montre quatre configurations d'appui. De gauche à droite : articulé-articulé, encastré-encastré, articulé-encastré et encastré-libre. La longueur de flambement L_k est la distance entre deux points d'inflexion de la déformée. Elle représente la longueur "effective" qui participe au flambage. Pour le cas articulé-articulé, elle est égale à la longueur totale L.

b. L'importance de la longueur de flambement (L_k)

La longueur de flambement L_k ajuste la longueur réelle L de la poutre par un coefficient qui dépend des appuis ($L_k = k \cdot L$). Un encastrement bloque la rotation et réduit cette longueur effective. Un appui articulé (ou rotule) permet la rotation et l'augmente. La poutre la plus instable est celle qui est encastrée à une extrémité et totalement libre à l'autre.

c. L'impact sur la charge critique

Le carré de L_k au dénominateur montre l'influence énorme des appuis. Une poutre encastrée à ses deux extrémités ($L_k = 0.5\,L$) peut supporter une charge quatre fois plus grande qu'une poutre articulée aux deux bouts ($L_k = L$) de mêmes dimensions et matériau. Le choix des liaisons est donc une décision d'ingénierie cruciale.

B. La Formule de Rankine : Une Approche pour le Monde Réel

La formule d'Euler est très précise pour les poutres très longues et fines (dites "élancées"). Elle devient inexacte pour les poutres courtes et trapues. Pour ces dernières, la rupture par écrasement du matériau peut survenir avant ou en même temps que le flambage.

La formule de Rankine est une formule empirique qui combine les deux modes de défaillance. Elle donne une valeur de charge critique (P_R) valide pour toutes les longueurs de poutre.

L'équation s'écrit :

$$\frac{1}{P_R}=\frac{1}{P_c}+\frac{1}{P_e}$$

- P_R est la charge critique de Rankine.
- P_c est la charge de rupture par écrasement ($P_c=\sigma_e \cdot A$, avec σ_e la limite d'élasticité et A l'aire de la section).
- P_e est la charge critique d'Euler calculée précédemment.

MURHULA BAZIKANGE M.
Directeur Editorial
+243 860 655 590

Figure 4 : Réf. IMG (6907-7077-4378)

Comparaison des domaines de validité des théories d'Euler et de Rankine

a. L'élancement comme critère

Ce graphique illustre la contrainte critique en fonction de l'élancement ($\lambda = L_k / i$, où i est le rayon de giration). La courbe d'Euler (en pointillé) est précise pour un grand élancement mais tend vers l'infini pour des poutres courtes, ce qui est physiquement impossible. La droite horizontale représente la limite d'écrasement du matériau.

b. La transition douce de Rankine

La courbe de Rankine (en trait plein) offre une transition réaliste entre les deux régimes. Pour les poutres courtes (faible élancement), la courbe de Rankine se rapproche de la limite d'écrasement. Pour les poutres longues (grand élancement), elle coïncide parfaitement avec la courbe d'Euler.

c. Le choix de l'ingénieur

Dans la pratique, à Goma comme à Bukavu, l'ingénieur calcule l'élancement de sa colonne. Si la colonne est très élancée, la formule d'Euler suffit. Si elle est courte ou d'élancement intermédiaire, la formule de Rankine est plus sûre et plus juste. Elle évite une surestimation dangereuse de la résistance de la structure.

■ ■ ■

Anecdote : Le Poteau du Marché de Matete

Papa Kabasele, un entrepreneur débrouillard, venait d'obtenir un contrat pour construire un nouveau hangar au marché de Matete, à Kinshasa. Pour maximiser son bénéfice, il a commandé des poteaux en acier légèrement plus fins que ceux recommandés sur les plans. "Le métal est solide, ça va tenir !" disait-il à son chef de chantier, un vieux technicien ayant travaillé sur les chantiers de Gbadolite. Le vieil homme secouait la tête : "Patron, ce n'est pas une question de force, c'est une question de maigreur. Il va se plier comme un roseau." Kabasele a ri. Le jour du test de charge, sous le poids d'à peine la moitié de la charge prévue, un des poteaux centraux s'est brusquement courbé sur le côté. Le hangar ne s'est pas effondré, mais le message était clair. Le chef de chantier a simplement dit : "C'est ça, le flambage."