STATISTIQUES

8è Année

CONFORME AU PROGRAMME NATIONAL

EDITION 2025



TABLE DE MATIERE

Préliminaires 1

Introduction Générale 📘 1

- 1.1. Contextualisation et Progression Curriculaire 1

Chapitre 1 : Rappel et Consolidation des Acquis de 7ème Année 7

1.1. Synthèse de la Démarche Statistique 7

- 1.1.1. Définition de la Population et du Caractère 7
- 1.1.2. Collecte et Dépouillement des Données 8
- 1.1.3. Organisation des Données : Le Tableau de Fréquences 8

1.2. Révision des Représentations Graphiques et Indicateurs de Base 10

- 1.2.1. Construction et Interprétation du Diagramme en Bâtons 10
- 1.2.2. Le Mode : Indicateur de Position Dominante 10
- 1.2.3. La Moyenne Arithmétique : Le Point d'Équilibre 11

1.3. Ressources complémentaires 13

- 1.3.1. Questions et réponses d'approfondissement 13
- 1.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 13
- 1.3.3. Scenarios et Exercices 14

Chapitre 2 : Les Indicateurs de Tendance Centrale 19

2.1. La Médiane : Indicateur de Position 19

- 2.1.1. Définition et Concept de la Médiane 19
- 2.1.2. Détermination de la Médiane pour une Série Discrète 19

2.2. Comparaison des Indicateurs de Tendance Centrale (Moyenne, Médiane, Mode) 22

- 2.2.1. Propriétés et Sensibilité des Indicateurs 22
- 2.2.2. Interprétation Contextuelle : Le Cas des Salaires 23

2.3. Ressources complémentaires 25

- 2.3.1. Questions et réponses d'approfondissement 25
- 2.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 25
- 2.3.3. Scenarios et Exercices 26

Chapitre 3 : Les Indicateurs de Dispersion 30
3.1. L'Étendue : une Première Mesure de la Variabilité.....30
- 3.1.1. Définition et Calcul de l'Étendue 30
- 3.1.2. Limites de l'Étendue.....30
3.2. Les Quartiles et l'Écart Interquartile 32
- 3.2.1. Définition des Quartiles (Q1, Q2, Q3).....32
- 3.2.2. Détermination des Quartiles 32
- 3.2.3. L'Écart Interquartile : Une mesure robuste 32
3.3. Ressources complémentaires.....35
- 3.3.1. Questions et réponses d'approfondissement 35
- 3.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 35
- 3.3.3. Scenarios et Exercices.....36
Chapitre 4 : Le Traitement des Données Groupées 42
4.1. Le Regroupement en Classes.....42
- 4.1.1. Nécessité et Définition de l'Intervalle de Classe 42
- 4.1.2. L'Amplitude et la Constitution des Classes 43
4.2. Tableau Statistique pour Données Groupées 45
- 4.2.1. Détermination des Effectifs par Dépouillement.....45
- 4.2.2. Le Centre de Classe : Représentant Algébrique.....45
4.3. Ressources complémentaires.....48
- 4.3.1. Questions et réponses d'approfondissement 48
- 4.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 48
- 4.3.3. Scenarios et Exercices.....49
Chapitre 5 : L'Histogramme.....54
5.1. Construction de l'Histogramme 54
- 5.1.1. Principes Géométriques de Base 54
- 5.1.2. Le Cas des Classes de Même Amplitude 54
5.2. Interprétation d'un Histogramme 57
- 5.2.1. Identification de la Classe Modale 57

C

- 5.2.2. Analyse de la Forme de la Distribution 57

5.3. Ressources complémentaires.....58

- 5.3.1. Questions et réponses d'approfondissement.....58
- 5.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter.....59
- 5.3.3. Scenarios et Exercices.....59

Chapitre 6 : Initiation au Langage du Hasard 63

6.1. Expériences et Événements Aléatoires 63

- 6.1.1. Le Concept d'Expérience Aléatoire 63
- 6.1.2. L'Univers et l'Événement.....63

6.2. La Probabilité d'un Événement 66

- 6.2.1. L'Hypothèse d'Équiprobabilité.....66
- 6.2.2. La Formule de Laplace 66
- 6.2.3. Propriétés Numériques de la Probabilité 66

6.3. Ressources complémentaires.....69

- 6.3.1. Questions et réponses d'approfondissement.....69
- 6.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter.....69
- 6.3.3. Scenarios et Exercices.....70

Chapitre 7 : Calculs de Probabilités Simples 75

7.1. Probabilités dans des Situations de la Vie Courante.....75

- 7.1.1. Modélisation par le Lancer de Pièce et de Dé.....75
- 7.1.2. Tirages Aléatoires et Jeux de Cartes 78

7.2. Événements Contraires, Certains et Impossibles.....80

- 7.2.1. Les Bornes de la Probabilité : Certitude et Impossibilité 80
- 7.2.2. L'Événement Contraire et sa Propriété Fondamentale.....82

7.3. Ressources complémentaires.....84

- 7.3.1. Questions et réponses d'approfondissement.....84
- 7.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter.....85
- 7.3.3. Scenarios et Exercices.....85

Chapitre 8 : Projet d'Étude Statistique 90

8.1. Définition du Sujet et Élaboration du Questionnaire 90
- 8.1.1. Choix du Sujet et de la Variable 90
- 8.1.2. Conception du Questionnaire d'Enquête 90

8.2. Collecte, Traitement et Analyse des Données 93
- 8.2.1. De la Collecte au Tableau de Dépouillement 93
- 8.2.2. Calcul des Indicateurs Statistiques 93

8.3. Représentation Graphique et Interprétation.....96
- 8.3.1. Le Choix du Graphique Pertinent 96
- 8.3.2. Rédaction du Rapport de Synthèse 96

8.4. Ressources complémentaires.....99
- 8.4.1. Questions et réponses d'approfondissement 99
- 8.4.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter 100
- 8.4.3. Scenarios et Exercices.....100

ANNEXES ..... a

ANNEXES ..... a

Référentiel Technique et Méthodologique 📚 i

1. Lexique des Termes Statistiques et Probabilistes 📖 i
- A - C i
- D - E ii
- F - H iv
- M iv
- P - Q v
- S - U v

2. Mémento des Formules et Méthodes 📝 v
- 2.1. Les Indicateurs de Tendance Centrale vi
- 2.2. Les Indicateurs de Dispersion..... vii
- 2.3. Construction Graphique : L'Histogramme vii
- 2.4. Probabilités Simples..... viii

3. Guide pour l'Interprétation des Indicateurs Statistiques 🧠 ix

e

- 3.1. Analyser la Tendance Centrale : Le Duel Moyenne vs Médiane .ix
- 3.2. Évaluer la Dispersion : La Fiabilité des Données ix
- 3.3. Analyse Graphique de l'Histogramme.....x
- 3.4. Modèles de Phrases pour la Rédaction de Rapports x

a

Préliminaires

Introduction Générale 📘

🟥 1.1. Contextualisation et Progression Curriculaire

L'enseignement de la statistique en huitième année de l'Éducation de Base en République Démocratique du Congo marque une transition intellectuelle majeure dans le parcours mathématique de l'élève. Ce module pédagogique ne doit nullement être perçu comme une simple répétition des notions abordées l'année précédente, mais bien comme une étape décisive d'approfondissement et de maturation cognitive. Alors que le programme de septième année se concentrait prioritairement sur les mécanismes élémentaires de la collecte de données et leur description sommaire à travers des tableaux simples et des graphiques intuitifs, le présent cours ambitionne de doter l'apprenant d'une véritable grille de lecture analytique du monde qui l'entoure. 🌍

La statistique, dans cette phase du cursus, cesse d'être une simple technique d'enregistrement comptable pour devenir une science de l'interprétation et de la décision rationnelle. Nous dépassons ici la question du « combien » pour aborder celle du « comment » et du « pourquoi ». L'élève, qui savait déjà lire un effectif dans un tableau, apprendra désormais à interroger la structure interne d'une série de données, à en évaluer la dispersion et à en extraire des tendances lourdes invisibles à l'œil nu. Cette évolution répond à une nécessité impérieuse de former des citoyens capables de traiter le flux continu d'informations chiffrées qui caractérise notre société moderne, qu'il s'agisse de données économiques, démographiques ou sanitaires. 📊

L'introduction de la modélisation du hasard constitue également une innovation radicale de ce niveau d'étude. En ouvrant la porte aux probabilités, nous invitons l'élève à apprivoiser l'incertitude et à quantifier le risque. Il s'agit d'une rupture épistémologique fondamentale : les mathématiques, souvent perçues comme la science de l'exactitude absolue et du déterminisme, deviennent ici un outil puissant pour maîtriser l'aléatoire et prévoir l'avenir avec un degré de confiance mesuré. Ce cours jette ainsi les bases indispensables à la compréhension des phénomènes complexes que l'élève rencontrera dans ses études supérieures et sa vie professionnelle future.

1.2. De la Description à l'Analyse Critique

L'essence même de ce programme réside dans le passage de la statistique descriptive pure à une statistique analytique et interprétative. L'accumulation de données brutes, aussi vaste soit-elle, demeure stérile sans les outils adéquats pour la faire parler. L'ambition de ce cours est de transformer l'élève en un enquêteur capable de déceler la vérité cachée derrière les chiffres. 🕵️

Cette démarche exige l'introduction d'indicateurs de position plus robustes que la simple moyenne arithmétique. Si la moyenne reste un indicateur de référence, sa sensibilité aux valeurs extrêmes peut parfois fausser la perception de la réalité, notamment dans des contextes de fortes inégalités. L'étude de la médiane et des quartiles permettra à l'élève de nuancer son jugement et de comprendre, par exemple, pourquoi le revenu moyen d'une population peut augmenter alors que le niveau de vie de la majorité stagne. De même, l'introduction des mesures de dispersion comme l'étendue et l'écart interquartile offrira une vision de l'homogénéité ou de l'hétérogénéité des groupes étudiés, dépassant ainsi les généralisations hâtives.

1. Finalités et Objectifs du Cours 🎯

2.1. Renforcement du Raisonnement Quantitatif et Citoyen

Les finalités de ce cours s'alignent rigoureusement sur les directives du Programme National de l'Enseignement, visant à former un élève autonome, critique et capable de mobiliser ses savoirs pour résoudre des problèmes concrets. Au-delà de la simple maîtrise technique, l'objectif ultime est le développement de la pensée logique et du raisonnement quantitatif. Dans un contexte congolais en pleine mutation, où les défis de développement exigent une gestion rigoureuse des ressources, la capacité à analyser des données statistiques devient une compétence transversale essentielle. CD

L'éducation à la statistique participe pleinement à la formation du citoyen. Elle fournit les armes intellectuelles nécessaires pour déjouer les manipulations graphiques, comprendre les enjeux d'un recensement, interpréter des indicateurs de santé publique ou évaluer la pertinence d'une prévision météorologique. L'élève apprendra que le chiffre n'est pas une vérité révélée, mais une construction qui nécessite un contexte, une méthode et une interprétation prudente. Cette posture critique face à l'information constitue le rempart le plus solide contre la désinformation et favorise une participation éclairée au débat public. 🗣️

2.2. Objectifs Spécifiques et Compétences Visées

Le programme définit des objectifs opérationnels précis que chaque élève devra atteindre au terme de l'année scolaire. Ces objectifs se déclinent en compétences savoir-faire et savoir-être, structurant l'ensemble des séquences pédagogiques.

- **Maîtrise des Indicateurs de Tendance Centrale :** L'élève devra être capable de calculer, mais surtout de choisir pertinemment entre la moyenne, la médiane et le mode pour résumer une série statistique. Il devra justifier ce choix en fonction de la nature des données (qualitatives ou quantitatives) et de la présence éventuelle de valeurs aberrantes.
- **Analyse de la Dispersion :** La compréhension de la notion de variabilité est centrale. L'élève apprendra à calculer l'étendue et les quartiles pour mesurer l'étalement des données. Il devra être en mesure d'affirmer si une production agricole est régulière ou si les résultats d'une classe sont homogènes.
- **Représentation des Données Continues :** Le passage des données discrètes aux données continues groupées en classes nécessite l'apprentissage de nouvelles techniques graphiques. La construction et l'interprétation de l'histogramme, avec la maîtrise des notions de densité et de surface, constituent un objectif technique majeur.
- **Initiation à la Probabilité :** L'élève devra comprendre le vocabulaire de base du hasard (expérience aléatoire, univers, événement). Il devra être capable de calculer des probabilités simples dans des situations d'équiprobabilité (dés, pièces, urnes) et de comprendre les propriétés fondamentales comme la somme des probabilités égale à 1. 🎲

2. Approche Pédagogique et Didactique 🧠

3.1. L'Approche par les Situations (APS)

La méthodologie privilégiée pour ce cours s'inscrit résolument dans la continuité de l'Approche par les Situations, telle que préconisée par les standards éducatifs actuels. Cette approche refuse la transmission dogmatique de formules abstraites déconnectées du réel. Au contraire, chaque nouveau concept mathématique est introduit comme une réponse nécessaire à un problème complexe que l'élève ne peut résoudre avec ses acquis antérieurs. C'est la situation-problème qui crée le besoin d'apprendre et donne du sens à l'outil statistique. 💡

L'apprentissage s'organisera autour d'études de cas authentiques et ancrées dans le quotidien de l'élève congolais. Nous éviterons les exercices artificiels pour privilégier des scénarios riches de sens.

- L'analyse des notes d'une classe servira de laboratoire pour comprendre pourquoi la moyenne ne suffit pas à décrire le niveau des élèves et comment la médiane offre une perspective différente sur la performance du groupe.
- L'étude des relevés pluviométriques de la station de la Cuvette Centrale permettra d'aborder concrètement le regroupement en classes et la construction d'histogrammes, tout en sensibilisant aux enjeux climatiques.
- L'organisation d'une kermesse scolaire ou d'une tombola fournira le cadre ludique idéal pour découvrir les lois de la probabilité et le calcul des chances.

3.2. Échafaudage et Progression Spiralaire

La structure du cours respecte un principe d'échafaudage rigoureux (scaffolding). Nous commençons systématiquement par la réactivation des prérequis de 7ème année pour solidifier les fondations avant de construire de nouveaux savoirs. La progression est conçue pour guider l'élève du simple vers le complexe, du concret vers l'abstrait. Chaque chapitre suit une architecture immuable :

1. **Mise en situation :** Confrontation à un problème concret nécessitant un nouvel outil.
2. **Conceptualisation :** Définition rigoureuse du concept (médiane, classe, probabilité) et formalisation mathématique.
3. **Application guidée :** Exercices d'application directe pour maîtriser les algorithmes de calcul.
4. **Intégration et Transfert :** Résolution de problèmes complexes inédits où l'élève doit mobiliser plusieurs notions pour construire une solution argumentée.

Cette démarche spiralaire assure une sédimentation durable des connaissances. Les notions vues au premier trimestre, comme les tableaux de fréquences, sont réinvesties au second trimestre pour la construction des histogrammes, puis au troisième pour les projets d'enquête statistique.

L'erreur est considérée ici non comme une faute à sanctionner, mais comme un indicateur précieux du processus mental de l'élève, une étape nécessaire vers la compréhension. L'enseignant joue le rôle de médiateur, guidant la réflexion, corrigeant les conceptions erronées et validant les raisonnements logiques. 🤝

3.3. Ancrage Socioculturel et Pertinence des Données

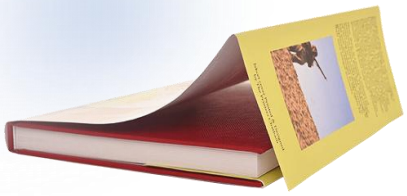
Pour maximiser l'engagement des élèves, le matériel didactique puise abondamment dans les réalités sociolinguistiques et économiques de la République Démocratique du Congo. Les données utilisées pour les exercices ne sont pas génériques ; elles reflètent la diversité et la richesse du pays. Nous traiterons de la production de cuivre au Katanga pour illustrer les grandes quantités, du commerce fluvial sur le fleuve Congo pour les séries temporelles, ou de la démographie scolaire à Kinshasa pour les grands effectifs.

> Cette contextualisation poursuit un double objectif : faciliter l'assimilation des concepts mathématiques en les reliant à un environnement familier, et renforcer la culture générale de l'élève sur son propre pays. La statistique devient ainsi un instrument de découverte du territoire national. L'élève comprendra que les mathématiques ne sont pas une science importée ou étrangère, mais un langage universel qui permet de lire, de comprendre et d'agir sur sa propre réalité, qu'il se trouve à Goma, à Matadi ou à Lubumbashi. 🗺️

PARTIE I

Analyse Descriptive des Séries Statistiques

Cette première partie a pour but de consolider et d'enrichir les outils d'analyse de l'élève. Au-delà de la moyenne, elle introduit de nouveaux indicateurs qui permettent de décrire plus finement une série de données, en s'intéressant non seulement à son « centre » mais aussi à la manière dont les données s'en écartent.



Chapitre 1 : Rappel et Consolidation des Acquis de 7ème Année

1.1. Synthèse de la Démarche Statistique

La statistique constitue la science méthodique de la collecte, du classement, de l'analyse et de l'interprétation de données chiffrées relatives à un ensemble d'éléments. Une maîtrise rigoureuse des fondamentaux acquis en 7ème année conditionne la réussite de l'analyse de données plus complexes. La démarche statistique suit un protocole immuable garantissant la fiabilité des résultats obtenus.

1.1.1. Définition de la Population et du Caractère

Toute étude statistique débute impérativement par la délimitation précise de l'ensemble sur lequel porte l'observation.

- La **population statistique** désigne l'ensemble complet des individus ou des unités observés.
- Chaque élément de cet ensemble se nomme une **unité statistique**.
- Le **caractère** représente la propriété ou l'aspect spécifique étudié chez chaque individu de la population.

La nature du caractère détermine les méthodes de traitement mathématique applicables. On distingue deux catégories fondamentales :

- Le **caractère qualitatif** décrit une propriété qui ne se mesure pas par un nombre, comme la variété de manioc cultivée dans le Kwilu ou la couleur des uniformes scolaires. Ses valeurs sont des modalités.
- Le **caractère quantitatif** s'exprime par un nombre et permet des opérations arithmétiques.
- Le caractère quantitatif est **discret** s'il ne prend que des valeurs isolées, généralement entières, telles que le nombre d'enfants par ménage à Mbuji-Mayi.
- Le caractère quantitatif est **continu** s'il peut prendre n'importe quelle valeur dans un intervalle donné, nécessitant une mesure, comme la taille des élèves ou la production mensuelle de cuivre en tonnes.

1.1.2. Collecte et Dépouillement des Données

La phase de collecte exige une rigueur absolue pour éviter les biais. Elle s'effectue par recensement (enquête exhaustive) ou par sondage (sur un échantillon représentatif). Une fois les données brutes recueillies, le dépouillement consiste à organiser ces informations pour les rendre exploitables.

Le tableau de dépouillement transforme la liste désordonnée des données brutes en une série statistique ordonnée. Cette étape nécessite le comptage systématique des occurrences pour chaque valeur ou modalité du caractère.

1.1.3. Organisation des Données : Le Tableau de Fréquences

Le tableau de distribution de fréquences synthétise l'information statistique. Il regroupe les valeurs du caractère et leurs effectifs correspondants.

- L'**effectif partiel** (n_i) correspond au nombre d'individus présentant la même valeur du caractère (x_i).
- L'**effectif total** (N) correspond à la somme de tous les effectifs partiels.
- $N = \sum n_i$

La fréquence relative (f_i) mesure la proportion de chaque valeur par rapport à l'ensemble de la population. Elle s'obtient par le rapport de l'effectif partiel à l'effectif total.

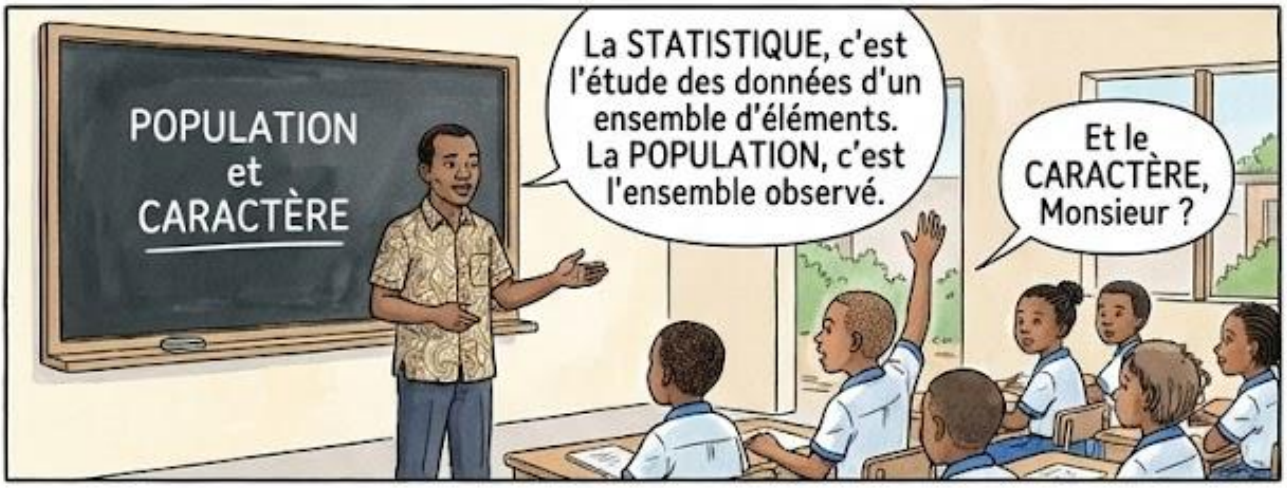
- $f_i = \frac{n_i}{N}$

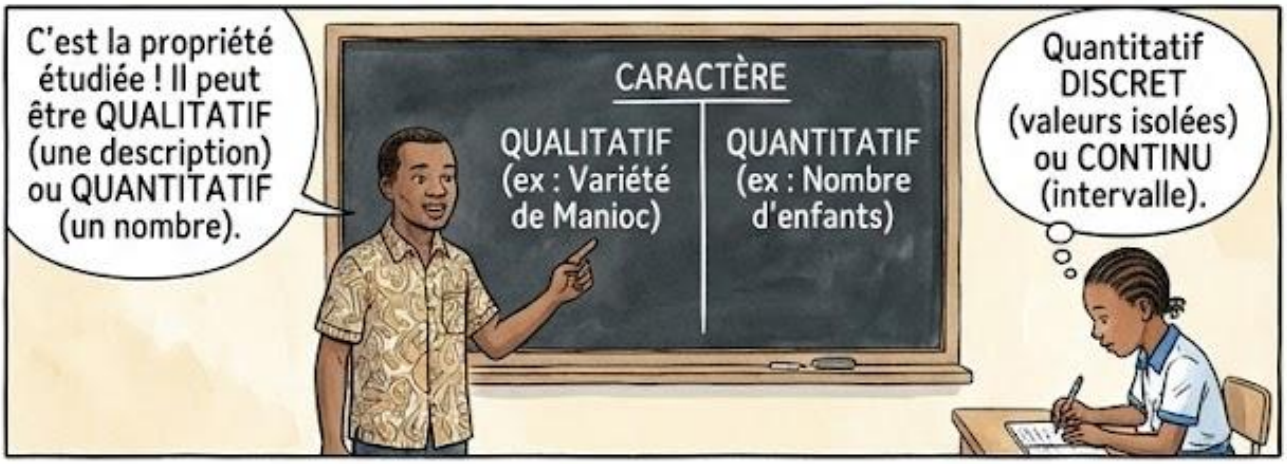
La fréquence s'exprime généralement sous trois formes équivalentes : une fraction irréductible, un nombre décimal compris entre 0 et 1, ou un pourcentage.

- Pour obtenir le pourcentage, on multiplie la fréquence décimale par 100.
- $f_i(\%) = \frac{n_i}{N} \times 100$

La somme des fréquences relatives est toujours égale à 1, et la somme des pourcentages est toujours égale à 100 %, aux erreurs d'arrondi près. Cette propriété sert de vérification lors de la construction du tableau.

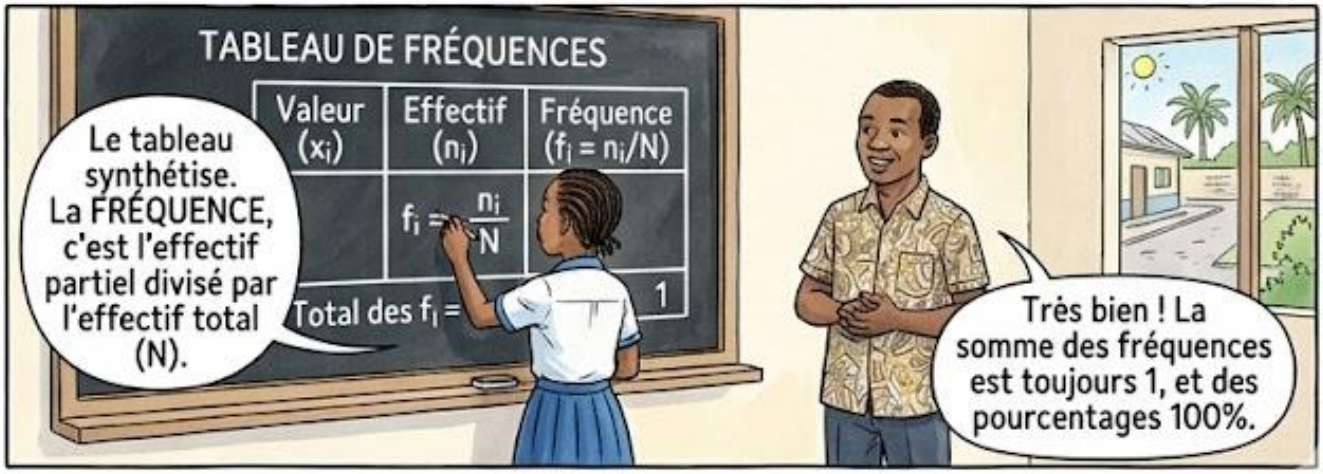
CHAPITRE 1 : RAPPEL ET CONSOLIDATION – LA DÉMARCHE STATISTIQUE











1.2. Révision des Représentations Graphiques et Indicateurs de Base

La visualisation des données facilite l'interprétation immédiate des tendances et des proportions. Parallèlement, les indicateurs numériques permettent de résumer l'information en quelques valeurs clés.

1.2.1. Construction et Interprétation du Diagramme en Bâtons

Le diagramme en bâtons, ou diagramme à barres, convient particulièrement aux séries statistiques à caractère qualitatif ou quantitatif discret. Il permet de comparer visuellement les effectifs ou les fréquences de chaque modalité.

Pour construire un diagramme en bâtons rigoureux :

- Tracer deux axes perpendiculaires.
- L'axe horizontal (abscisses) porte les valeurs du caractère (x_i).
- L'axe vertical (ordonnées) porte les effectifs (n_i) ou les fréquences (f_i).
- Choisir une échelle régulière adaptée à l'étendue des effectifs pour l'axe vertical.
- Élever, pour chaque valeur x_i, un segment vertical (bâton) dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif n_i correspondant.

L'interprétation d'un diagramme en bâtons exige l'identification immédiate de la valeur associée au bâton le plus haut, indiquant la modalité dominante, ainsi que l'observation des écarts entre les différentes catégories.

1.2.2. Le Mode : Indicateur de Position Dominante

Le mode, noté Mo, constitue l'indicateur de tendance centrale le plus simple à identifier. Il correspond à la valeur du caractère statistique qui possède le plus grand effectif.

- Dans un tableau de fréquences, on repère l'effectif le plus élevé et on lit la valeur associée.
- Sur un diagramme en bâtons, le mode correspond à l'abscisse du bâton le plus haut.

- Une série statistique peut posséder un seul mode (unimodale), deux modes (bimodale) ou plusieurs modes (plurimodale).

Le mode indique la valeur la plus fréquente, la "norme" populaire au sein de la population étudiée, comme le prix le plus courant d'un sac de braise à Kinshasa.

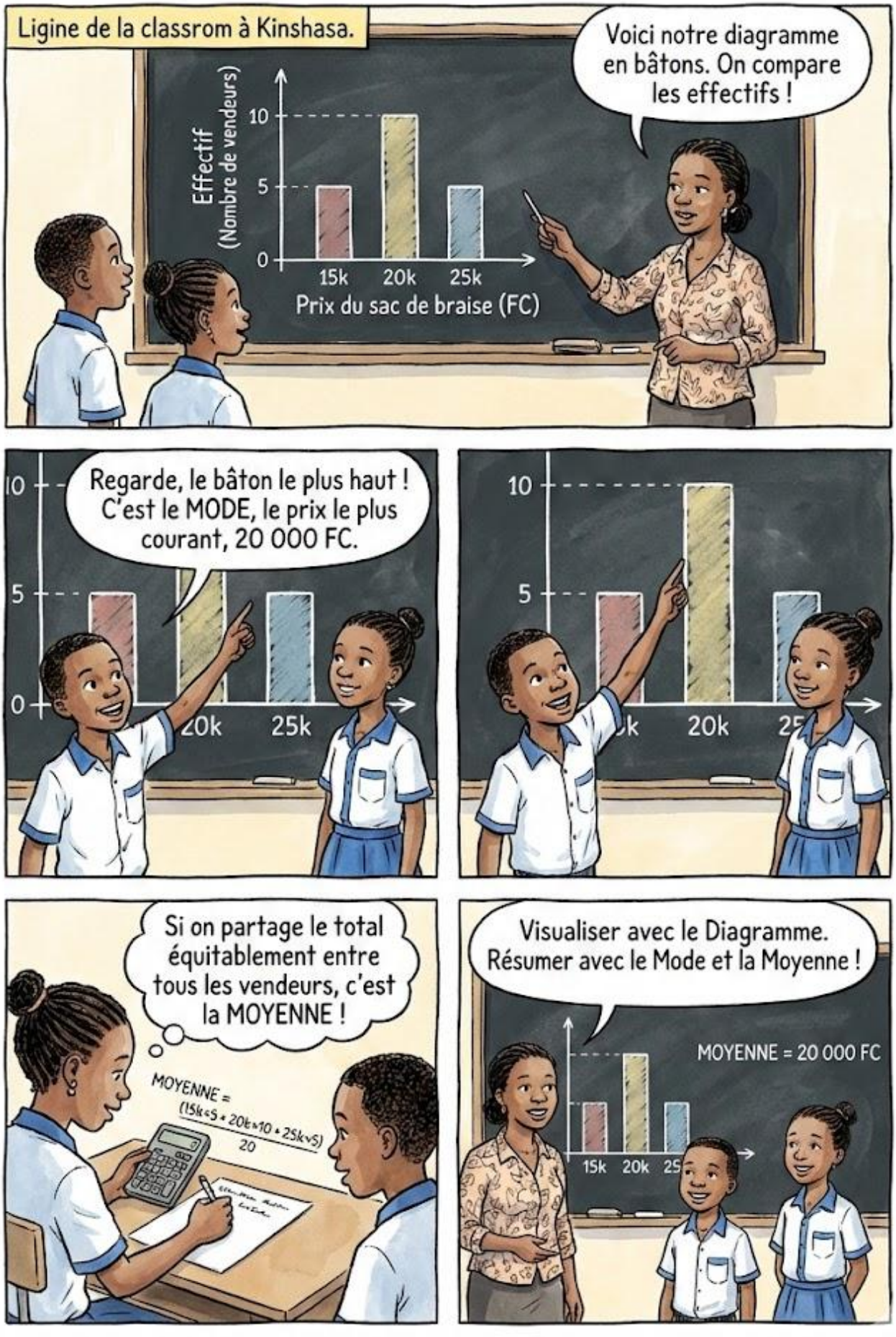
1.2.3. La Moyenne Arithmétique : Le Point d'Équilibre

La moyenne arithmétique, notée $\bar{x}$, synthétise l'ensemble des valeurs de la série. Elle représente la valeur qu'aurait chaque individu si le total des valeurs du caractère était réparti équitablement entre tous les membres de la population.

Pour une série statistique définie par des valeurs x_i et des effectifs n_i, la moyenne se calcule en sommant les produits de chaque valeur par son effectif, puis en divisant le tout par l'effectif total.

- $\bar{x} = \frac{n_1x_1+n_2x_2+\ldots+n_px_p}{N}$
- $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n_ix_i}{N}$

Ce calcul intègre le poids de chaque valeur. Une valeur ayant un grand effectif influence davantage la moyenne qu'une valeur à faible effectif. La moyenne est un indicateur fiable pour des données homogènes, mais elle reste sensible aux valeurs extrêmes très grandes ou très petites.


Ligine de la classrom à Kinshasa.
Voici notre diagramme en bâtons. On compare les effectifs !
Effectif (Nombre de vendeurs)
10
5
0
15k
20k
25k
Prix du sac de braise (FC)
Regarde, le bâton le plus haut ! C'est le MODE, le prix le plus courant, 20 000 FC.
Si on partage le total équitablement entre tous les vendeurs, c'est la MOYENNE !
MOYENNE = (15k×5 + 20k×10 + 25k×5) / 20
Visualiser avec le Diagramme. Résumer avec le Mode et la Moyenne !
MOYENNE = 20 000 FC

1.3. Ressources complémentaires

1.3.1. Questions et réponses d'approfondissement

Question 1 : Pourquoi la somme des fréquences relatives calculées dans un tableau statistique doit-elle être impérativement égale à 1 ?

La somme des fréquences relatives équivaut à la somme de tous les rapports $\frac{n_i}{N}$. En additionnant ces fractions, on obtient au numérateur la somme de tous les effectifs partiels, soit l'effectif total N. Le rapport $\frac{N}{N}$ est égal à 1. Cette unité représente la totalité de la population statistique étudiée, soit 100 % des données. Tout écart significatif indique une erreur de calcul.

Question 2 : Quelle est la différence fondamentale entre un caractère quantitatif discret et un caractère quantitatif continu ?

La distinction réside dans la nature des valeurs possibles. Un caractère discret procède par dénombrement et ne prend que des valeurs isolées (exemple : nombre de pièces dans une maison). Un caractère continu procède par mesure et peut prendre une infinité de valeurs dans un intervalle donné (exemple : poids d'un sac de farine), nécessitant souvent un regroupement en classes pour être traité.

Question 3 : Dans quel cas une série statistique est-elle qualifiée de bimodale ?

Une série est dite bimodale lorsqu'elle présente deux valeurs du caractère ayant le même effectif maximal. Cela signifie qu'il existe deux modes distincts. Cette situation révèle souvent l'existence de deux sous-groupes homogènes au sein de la même population.

1.3.2. Confusions et erreurs fréquentes à éviter

L'apprentissage de la statistique comporte des pièges récurrents liés à la terminologie et aux mécanismes de calcul. Une vigilance accrue sur ces points garantit la justesse des analyses.

- **Confusion entre valeur du caractère et effectif :** L'erreur la plus fréquente consiste à calculer la moyenne en additionnant les effectifs (n_i) ou en faisant la moyenne des effectifs, au lieu de pondérer les valeurs du caractère (x_i). La moyenne porte toujours sur les valeurs x_i.
- **Mauvaise identification de la population :** Il est crucial de distinguer l'unité statistique (qui est observé ?) de la variable (qu'est-ce qui est observé ?). Confondre les deux fausse l'interprétation des résultats.
- **Oubli de l'ordre de grandeur :** Un élève trouvant une moyenne d'âge de 150 ans pour une classe de 8ème année doit immédiatement rejeter ce résultat. La vérification de la cohérence du résultat avec les données brutes est impérative.
- **Inversion des axes graphiques :** Sur un diagramme en bâtons, les effectifs doivent figurer sur l'axe vertical (ordonnées). Inverser les axes rend le graphique non conventionnel et difficile à lire.

1.3.3. Scenarios et Exercices

Exercices d'application

Exercice 1 : Complétion de définitions

Complétez les phrases suivantes en utilisant le vocabulaire statistique technique approprié :

1. L'ensemble des individus ou objets soumis à une étude statistique se nomme la population, tandis que le nombre d'individus correspondant à une valeur spécifique du caractère s'appelle l'_____.
2. Pour obtenir la fréquence relative exprimée en pourcentage, il est nécessaire de multiplier le rapport de l'effectif partiel sur l'effectif total par _____.
3. La valeur du caractère statistique qui divise la série ordonnée en deux parties égales, bien que non étudiée dans ce chapitre, diffère de la _____, qui est le quotient de la somme pondérée des valeurs par l'effectif total.

Exercice 2 : Identification de caractères

Pour chacune des variables suivantes, précisez si le caractère est qualitatif, quantitatif discret ou quantitatif continu :

1. Le nombre de passagers dans les bus "Esprit de Vie" à Kinshasa.

2. La quantité de carburant (en litres) consommée par un camion reliant Matadi à Boma.

3. La province d'origine des étudiants de l'Université de Kisangani.

Exercice 3 : Calcul de fréquences

Une enquête sur le nombre de langues parlées par 50 élèves d'une classe de Goma donne les résultats suivants : 5 élèves parlent 1 langue, 20 élèves parlent 2 langues, 15 élèves parlent 3 langues, 10 élèves parlent 4 langues.

- Calculez la fréquence relative (en fraction) pour les élèves parlant 3 langues.
- Calculez la fréquence en pourcentage pour les élèves parlant 2 langues.

Exercice 4 : Raisonnement sur la moyenne

Un vendeur de crédits téléphoniques réalise les ventes suivantes sur 5 jours : $10,12$, $10,50$, 13\$. Il affirme que sa vente moyenne quotidienne est représentative de son activité habituelle.

- Calculez la moyenne arithmétique de ses ventes.
- Expliquez pourquoi cette moyenne donne une fausse image de ses ventes journalières typiques.

Exercice 5 : Interprétation de graphique

On présente un diagramme en bâtons montrant la pluviométrie mensuelle à Bukavu. Le bâton du mois d'avril est deux fois plus haut que celui du mois de juillet.

- Si la pluviométrie en juillet est de 40 mm, quelle est la pluviométrie en avril ?
- Ce caractère est-il discret ou continu ? Justifiez.

Exercice 6 : Logique statistique

Une série statistique de notes sur 20 possède un effectif total de 30 élèves. La somme des produits $n_i x_i$ est égale à 360.

- Déterminez la moyenne de la classe.
- Si on ajoute une note de 12/20 à la série, la moyenne va-t-elle augmenter, diminuer ou rester identique ?

Scénarios d'assimilation

Scénario 1 : La production de maïs au Kasaï

Un agronome relève la production de maïs (en tonnes) de 20 coopératives agricoles du Kasaï-Oriental : 4, 5, 6, 4, 5, 7, 6, 5, 4, 5, 8, 5, 6, 5, 4, 7, 5, 6, 5, 4.

1. Dressez le tableau de fréquences (valeurs, effectifs, fréquences en %).
2. Déterminez le mode de cette série.
3. Calculez la production moyenne par coopérative.

Corrigé Scénario 1

- **Tableau de fréquences :**
  - x_i (Tonnes) : 4 | 5 | 6 | 7 | 8
  - n_i (Effectifs) : 5 | 8 | 4 | 2 | 1
  - N (Total) : 20
  - f_i (%) : 25% | 40% | 20% | 10% | 5%
- **Mode :** L'effectif le plus élevé est 8, qui correspond à la valeur 5. Le mode est donc **5 tonnes**.
- **Moyenne :**
  - $\bar{x} = \frac{(4\times5)+(5\times8)+(6\times4)+(7\times2)+(8\times1)}{20}$
  - $\bar{x} = \frac{20+40+24+14+8}{20}$
  - $\bar{x} = \frac{106}{20} = 5{,}3$
  - La production moyenne est de **5,3 tonnes**.

Scénario 2 : Transport fluvial sur le Fleuve Congo

À l'embarcadère de Kisangani, on note le nombre de jours d'attente des marchandises avant embarquement pour 10 commerçants : 2, 3, 2, 10, 3, 2, 3, 2, 4, 2.

1. Quelle est la population et le caractère étudié ?
2. Calculez la durée moyenne d'attente.

3. Si l'on retire la valeur "10" (retard exceptionnel dû à une panne), quelle devient la nouvelle moyenne ?

Corrigé Scénario 2

- **Population :** L'ensemble des 10 chargements de marchandises.
  Caractère : Le nombre de jours d'attente (quantitatif discret).
- **Moyenne initiale :**
  - Somme = $2 + 3 + 2 + 10 + 3 + 2 + 3 + 2 + 4 + 2 = 33$
  - $\bar{x} = \frac{33}{10} = 3{,}3$ jours.
- **Nouvelle moyenne :**
  - Somme sans le 10 = $33 - 10 = 23$.
  - Nouvel effectif $N = 9$.
  - $\bar{x}' = \frac{23}{9} \approx 2{,}56$ jours.
  - La moyenne chute significativement, montrant l'influence de la valeur extrême.

Scénario 3 : Vente de pagnes à Kinshasa

Une vendeuse au marché de la Liberté note les couleurs de pagnes vendus en une journée : Rouge, Bleu, Rouge, Vert, Jaune, Rouge, Bleu, Rouge, Vert, Rouge.

1. Construisez un diagramme en bâtons représentant ces ventes.
2. Quel est le mode de cette série ?

Corrigé Scénario 3

- **Dépouillement :** Rouge (5), Bleu (2), Vert (2), Jaune (1).
- **Construction graphique :**
  - Axe horizontal : Les couleurs (Rouge, Bleu, Vert, Jaune).
  - Axe vertical : Les effectifs (de 0 à 5).
  - Le bâton "Rouge" monte jusqu'à 5, "Bleu" et "Vert" jusqu'à 2, "Jaune" jusqu'à 1.

- **Mode :** La couleur la plus vendue est le **Rouge** (effectif 5).

Chapitre 2 : Les Indicateurs de Tendance Centrale

2.1. La Médiane : Indicateur de Position

La moyenne arithmétique, bien qu'utile, ne suffit pas toujours à caractériser fidèlement une série statistique, notamment lorsque celle-ci comporte des valeurs extrêmes atypiques. La médiane offre une alternative robuste en se positionnant au centre de la distribution.

2.1.1. Définition et Concept de la Médiane

La médiane, notée Me, est la valeur de la variable qui partage la série statistique **ordonnée** (classée par ordre croissant ou décroissant) en deux sous-ensembles de même effectif.

- 50 % des individus de la population ont une valeur du caractère inférieure ou égale à la médiane.
- 50 % des individus ont une valeur supérieure ou égale à la médiane.

Contrairement à la moyenne qui dépend de la grandeur de toutes les valeurs, la médiane dépend uniquement de leur position (rang). Elle est donc insensible aux valeurs extrêmes.

2.1.2. Détermination de la Médiane pour une Série Discrète

La méthode de calcul de la médiane varie selon la parité de l'effectif total N. Avant tout calcul, l'étape fondamentale et obligatoire est le **rangement des données par ordre croissant**.

Cas 1 : L'effectif total N est impair

Si N est un nombre impair, la médiane correspond exactement à la valeur centrale de la série. La position (le rang) de la médiane est donnée par la formule :

- $Rang(Me) = \frac{N+1}{2}$

La médiane est alors la valeur du caractère située à ce rang.

- **Exemple :** Soit la série des prix du litre d'essence (en milliers de FC) dans 5 stations-service : 3,1 ; 3,0 ; 3,2 ; 3,1 ; 5,0.

- **Ordre croissant :** 3,0 ; 3,1 ; **3,1** ; 3,2 ; 5,0.
- $N = 5$ (impair). Rang = $\frac{5+1}{2} = 3$.
- La médiane est la 3ème valeur : $Me = 3{,}1$ milliers de FC.

Cas 2 : L'effectif total N est pair

Si N est un nombre pair, il n'existe pas de valeur centrale unique. La série se divise en deux moitiés égales. La médiane se situe conventionnellement entre les deux valeurs centrales. On calcule la moyenne arithmétique des deux termes centraux situés aux rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2} + 1$.

- $Me = \frac{x_{\left(\frac{N}{2}\right)} + x_{\left(\frac{N}{2}+1\right)}}{2}$
- **Exemple :** Notes de 6 élèves : 12, 14, 8, 16, 10, 18.
- **Ordre croissant :** 8, 10, **12**, **14**, 16, 18.
- $N = 6$ (pair). Les valeurs centrales sont la 3ème ($\frac{6}{2}$) et la 4ème ($\frac{6}{2} + 1$).
- Valeur 3 = 12 ; Valeur 4 = 14.
- $Me = \frac{12+14}{2} = 13$.